3—国

数学

数　学

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7 ページにわたって印刷してあります。
また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は **50** 分で，終わりは**午前 11 時 10 分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に **HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。**

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $-\left(\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}\right)^2-\dfrac{2}{9}\sqrt{3}\div\left(-\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)$ を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} 2x+4y=3 \\ \dfrac{3}{10}x-\dfrac{1}{2}y=1 \end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 二次方程式 $2\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^2-3=x^2+\dfrac{1}{8}$ を解け。

〔問 4〕 箱の中に 1，2，3 の数字を 1 つずつ書いた 3 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ が入っている。

箱の中から 1 枚カードを取り出し，取り出したカードを箱に戻すという作業を 3 回繰り返す。

1 回目に取り出したカードに書かれた数字を a，2 回目に取り出したカードに書かれた数字を b，3 回目に取り出したカードに書かれた数字を c とするとき，$a^2+b^2+c^2\leqq 14$ となる確率を求めよ。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 3 つの連続した奇数を小さい方から順に a，b，c とする。

$b^2=2025$ のとき，a と c の積 ac の値を求めよ。

〔問 6〕 右の**図 1** は，点 A を頂点，線分 BC を直径とする円 O を底面とする円すいで，点 A と点 O を結んだ線分 AO は円すいの高さである。

点 D は $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 上にあり，$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ である。

線分 AB 上にあり，点 A，点 B のいずれにも一致（いっち）しない点を E とし，線分 AC 上にあり，点 A，点 C のいずれにも一致しない点を F，円すいの側面上の 3 点 D，F，E を通るように結んだ曲線を ℓ とする。

図 2 が**図 1** の側面の展開図であるとき，解答欄（かいとうらん）に示した図をもとにして，曲線 ℓ の長さが最小になるような点 F を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 F の位置を示す文字 F もかけ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図 1

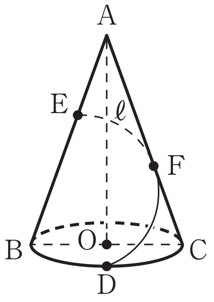
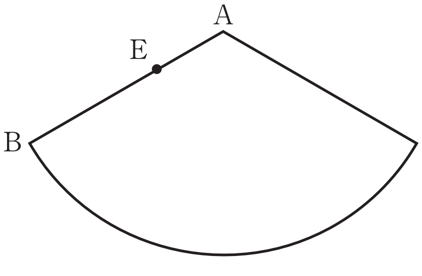


図 2

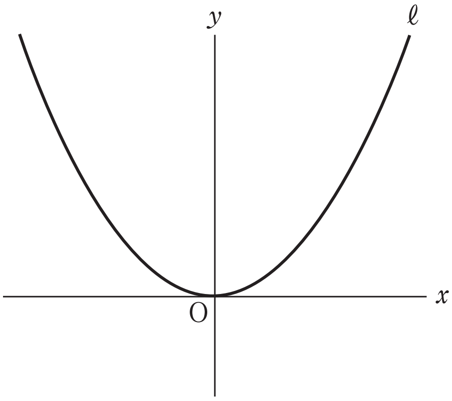


2 右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 ℓ は関数 $y = ax^2$（$a > 0$）のグラフを表している。

原点から点（1 , 0）までの距離，および原点から点（0 , 1）までの距離をそれぞれ 1 cmとする。

次の各問に答えよ。

図 1

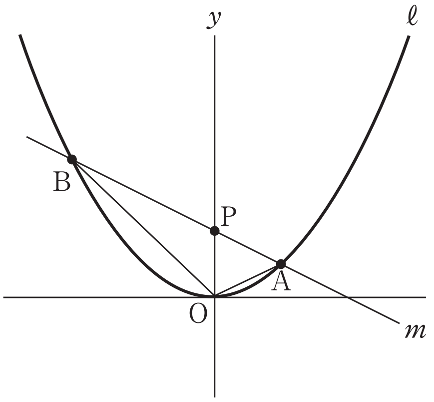


〔問 1〕 関数 $y = ax^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 4$ であるとき，y の変域を不等号と a を用いて $\boxed{} \leqq y \leqq \boxed{}$ で表せ。

〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** において，y 軸上にあり，y 座標が p（$p>0$）である点を P とし，点 P を通り，傾き $-\frac{1}{2}$ の直線を m，曲線 ℓ と直線 m との交点のうち，x 座標が正の数である点を A，x 座標が負の数である点を B とし，点 O と点 A，点 O と点 B をそれぞれ結んだ場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図 2



(1) $p=\frac{3}{2}$，点 B の x 座標が -4 であるとき，△OAB の面積は何 cm^2 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書け。

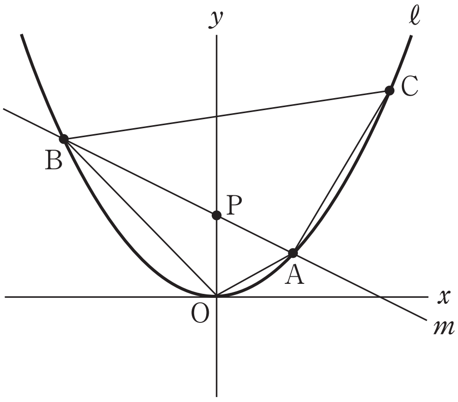
(2) $a=\frac{1}{4}$ とする。

右の**図 3** は**図 2** において，曲線 ℓ 上にあり，x 座標が 5 である点を C とし，点 A と点 C，点 B と点 C をそれぞれ結んだ場合を表している。

△OAB の面積を S cm^2，△CBA の面積を T cm^2 とする。

S：T＝4：7 であるとき，p の値を求めよ。

図 3



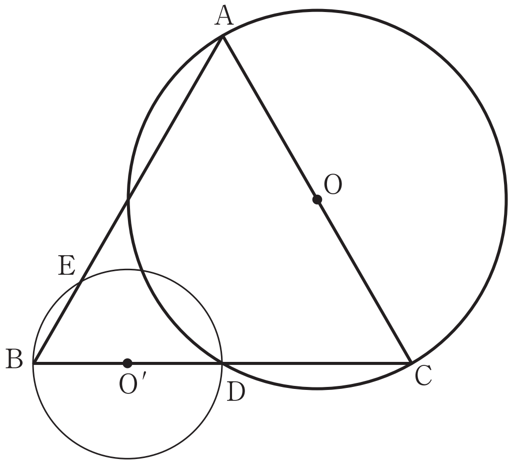
3　右の**図 1** において，△ABC は 1 辺の長さが 10 cm の正三角形で，点 O は辺 AC を直径とする円の中心である。

辺 BC と円 O との交点を D とし，線分 BD を直径とする円の中心を O′ とする。

円 O′ と辺 AB との交点のうち，点 B と異なる点を E とする。

次の各問に答えよ。

図 1

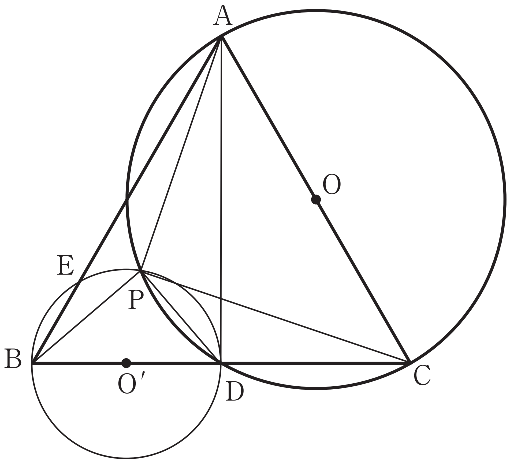


〔問 1〕　円 O′ の弧のうち，点 D を含まない $\overset{\frown}{BE}$ の長さは何 cm か。
ただし，円周率は π とする。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，円 O と円 O′ の交点のうち，点 D と異なる点を P とし，点 A と点 D，点 A と点 P，点 B と点 P，点 C と点 P，点 D と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。

△PDA ∽ △PBC であることを証明せよ。

図 2



〔問 3〕　**図 2** において，点 O と点 D，点 O と点 P，点 O′ と点 P をそれぞれ結んだ場合を考える。

四角形 OPO′D の面積は，△ABC の面積の何倍か。

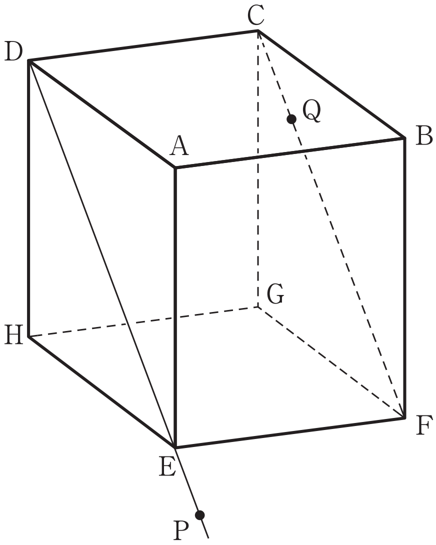
4　右の**図 1** に示した立体 ABCD－EFGH は，CD＝3 cm，BC＝BF の直方体であり，頂点 C と頂点 F を結んだ線分 CF の長さは 4 cm である。

頂点 D と頂点 E を結んだ線分 DE を，E の方向に延ばした直線上にあり，DP＞DE となるような点を P とする。

線分 CF 上にある点を Q とする。

次の各問に答えよ。

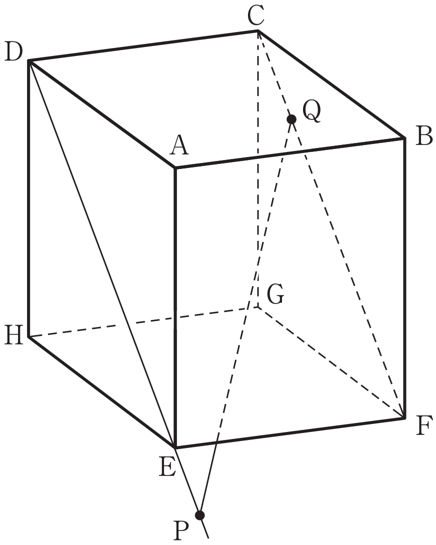
図 1



〔問 1〕　右の**図 2** は，**図 1** において，点 P と点 Q を結んだ場合を表している。

$\angle$FQP＝30° のとき，PQ の長さは何 cm か。

図 2

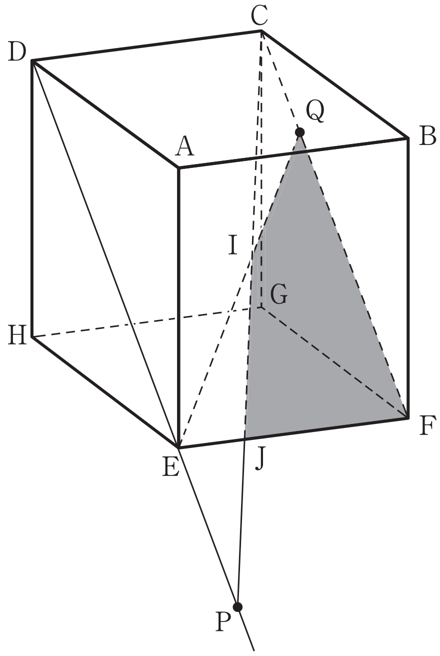


〔問 2〕　右の**図 3** は，**図 1** において，頂点 C と点 P，頂点 E と点 Q をそれぞれ結び，線分 CP と線分 EQ との交点を I，線分 CP と辺 EF との交点を J とした場合を表している。

DP＝6 cm，FQ＝3 cm のとき，▨で塗られた四角形 IJFQ の面積は何 cm^2 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，図や途中の式などもかけ。

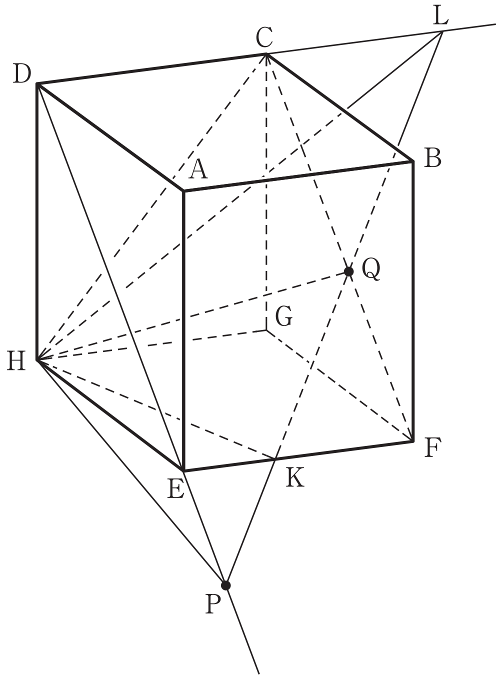
図 3



〔問 3〕　右の**図 4** は，**図 2** において，
線分 PQ と辺 EF との交点を K，
線分 PQ を Q の方向に延ばした直線と
辺 DC を C の方向へ延ばした直線との
交点を L とし，頂点 H と頂点 C，
頂点 H と点 P，頂点 H と点 Q，
頂点 H と点 K，頂点 H と点 L
をそれぞれ結んだ場合を表している。

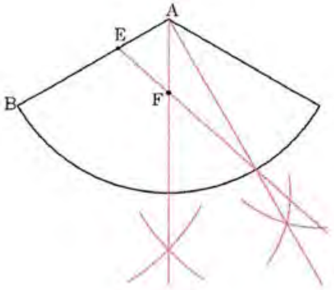
∠DPQ＝45°，立体 H－CDEKQ の体積が立体 H－DPL の体積の $\frac{4}{5}$ 倍のとき，DP の長さは何 cm か。

図 4



1

〔問１〕	$-1+\sqrt{2}$	5
〔問２〕	$x=\frac{5}{2}$ ，$y=-\frac{1}{2}$	5
〔問３〕	$\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$	5
〔問４〕	$\frac{17}{27}$	5
〔問５〕	2021	5
〔問６〕	【 作 図 】	6



2

〔問１〕	$0\leqq y\leqq 16a$	6

〔問２〕 (1) 【 途中の式や計算など 】 10

曲線 ℓ の式を求める。

$p=\frac{3}{2}$ より 直線 m の式は　　$y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ ……①

点 B の x 座標が -4 なので，①より　　$B\left(-4,\frac{7}{2}\right)$

これが曲線 ℓ 上にあるから，　　$\frac{7}{2}=a(-4)^2$

すなわち　　$a=\frac{7}{32}$

よって，曲線 ℓ の式は　　$y=\frac{7}{32}x^2$

次に点 A の x 座標を求める。

点 A の x 座標を t（$t>0$）とする。

点 A は曲線 ℓ 上にあるから　　$A\left(t,\frac{7}{32}t^2\right)$ ……②

ここで，点 A は直線 m 上であるから

①，②より　　$\frac{7}{32}t^2=-\frac{1}{2}t+\frac{3}{2}$

整理すると　　$7t^2+16t-48=0$

$t>0$ なので　　$t=\frac{12}{7}$

よって　　$A\left(\frac{12}{7},\frac{9}{14}\right)$

したがって，△ABC の面積は

$$\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\left\{\frac{12}{7}-(-4)\right\}=\frac{30}{7}\,(\mathrm{cm}^2)$$

（答え）　$\frac{30}{7}$　cm²

〔問２〕	(2)	$\frac{35}{11}$	7

3

〔問１〕	$\frac{5}{6}\pi$　cm	6

〔問２〕 【 証 明 】 10

△PDA と △PBC において

円 O の $\overset{\frown}{PD}$ に対する円周角の大きさは等しいので

$\angle PAD=\angle PCB$ …①

また，

$\angle DPA=90^\circ+\angle DPC$ …②

$\angle BPC=90^\circ+\angle DPC$ …③

②，③より

$\angle DPA=\angle BPC$ …④

①，④より

２組の角がそれぞれ等しいので

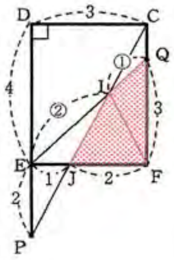
$\triangle PDA\backsim\triangle PBC$

〔問２〕	$\frac{1}{4}$　倍	7

4

〔問１〕	6　cm	6

〔問２〕 【 図や途中の式など 】 10



四角形 IJFQ ＝△EFQ－△EJI

$\triangle EFQ=3\times3\times\frac{1}{2}$

$=\frac{9}{2}$

$\triangle EJI=\frac{1}{3}\times\triangle EFI$

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\times\triangle EFQ\right)$

$=\frac{2}{9}\times\triangle EFQ$

$=\frac{2}{9}\times\frac{9}{2}$

$=1$

よって、求める面積は

四角形 IJFQ ＝△EFQ－△EJI

$=\frac{9}{2}-1$

$=\frac{7}{2}\,(\mathrm{cm}^2)$

（答え）　$\frac{7}{2}$　cm²

〔問３〕	5　cm	7