数　　学
(問　題)
2021年度

〈R03154061〉

注　意　事　項

1. 試験開始の指示があるまで，問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は3～6ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚損等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて，ＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること。
4. 解答用紙記入上の注意

（1）解答用紙の所定欄（2カ所）に，氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。

（2）所定の欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

（3）受験番号は右詰めで記入し，余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

（4）解答用紙は折り線で山折りにしてから解答すること。

（5）必要な式と計算は，解答用紙の計算欄に書くこと。

（6）答の$\sqrt{}$の中はできるだけ簡単にし，分数は，それ以上約分できない形で答えること。

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。
6. 試験終了の指示が出たら，すぐに解答をやめ，筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも，解答用紙は必ず提出すること。
8. この問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ。

(1) 各学年A組からI組までの9クラスある高校について考える。この高校の各クラスには40人の生徒がいる。全校生徒1080人に対して，ノートPCの所持率を推測するために，120人を選び標本調査を行うことにした。次の問いに答えよ。

① 標本となる120人の選び方として，適切なものを次の(ア)から(エ)のうちからすべて選べ。ただし，適切なものが1つもない場合には，解答欄に$\times$と記入せよ。

(ア) 全校生徒に協力を呼びかけ，先着順で120人を選ぶ。

(イ) 全校生徒に通し番号をつけ，乱数表を使って120人を選ぶ。

(ウ) 1年A，B組と3年H，I組の生徒160人に対し，通し番号をつけて乱数表を使い，120人を選ぶ。

(エ) 1年生全員に通し番号をつけ，乱数表を使って120人を選ぶ。

② 標本調査の結果，63人がノートPCを所持していた。全校生徒のうち，ノートPCを所持している人数を推測し，その人数を答えよ。ただし，必要であれば小数第1位を四捨五入し，整数で答えること。

(2) a，bを0以上の整数とする。このとき，xについての2次方程式に関する次の問いに答えよ。

① $x^2-6x+a=0$が異なる2つの解をもつとき，aのとりうる値の個数を求めよ。

② $x^2-bx+10=0$が異なる2つの解をもち，それらがともに有理数であるとき，bの値をすべて求めよ。

$\boxed{2}$ 放物線 $y = ax^2$ $(a > 0)$ 上に x 座標が -2 である点 A と x 座標が 4 である点 B をとる。線分 AB を直径とする円とこの放物線は，点 A，B の他に 2 つの交点をもつ。これら 2 点のうち，x 座標の値が大きい方を点 C とし，もう一方を点 D とする。

(1) 直線 AB の式を $y = mx + n$ とするとき，m，n をそれぞれ a を用いて表せ。

(2) 線分 AB を直径とする円の中心の座標を a を用いて表せ。

(3) 線分 AB を直径とする円の半径を r とするとき，r^2 を a を用いて表せ。

(4) 線分 AB を直径とする円の中心の x 座標の値と点 C の x 座標の値が等しいとき，次の問いに答えよ。

① a の値を求めよ。

② 点 D の x 座標の値を求めよ。

$\boxed{3}$ 与えられた平面図形を，直線 l を回転の軸とし 270° 回転してできる立体を考える。例えば，与えられた平面図形が図 1 のような長方形 ABCD の場合，できる立体は図 2 のようになる。ただし，点 C，D は直線 l 上にある。

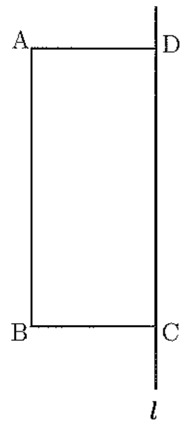


図 1

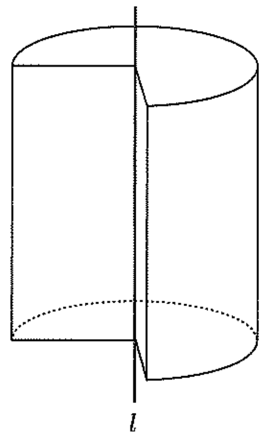


図 2

与えられた平面図形が次のようなとき，できる立体の体積を求めよ。

(1) 図 3 の直角三角形 EFG（ただし，点 E，F は直線 l 上にある）

(2) 図 4 の五角形 HIJKL（ただし，点 H，I は直線 l 上にあり，点 K は直線 HJ と直線 IL との交点である）

(3) 図 5 の平行四辺形 MNOP（ただし，点 M，O は直線 l 上にある）

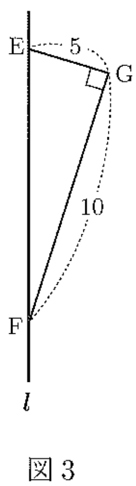


図 3

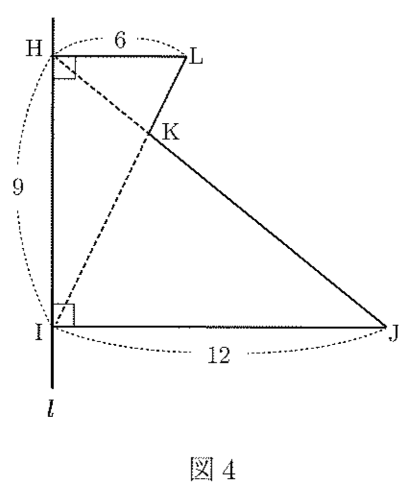


図 4

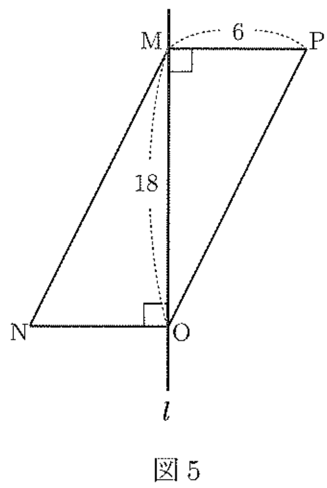
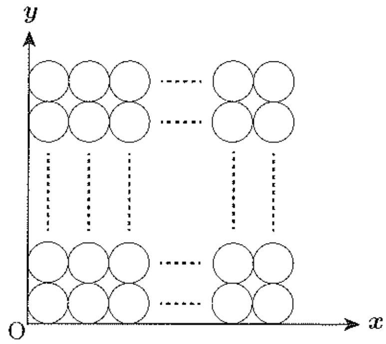


図 5

$\boxed{4}$ 円と直線が1点だけを共有する（接する），または，2点を共有するとき，これらの共有する点のことをこの円と直線の**共有点**という。
いま，座標平面上に，中心の x 座標，y 座標が 1 から 39 までの奇数のいずれかである半径 1 の円が，合計 $20 \times 20 = 400$ 個ある。これらの円のうち，直線 $y = ax + b$ $(a,\ b \geqq 0)$ と共有点をもつものの個数を $N(a, b)$ とする。
例えば，直線 $y = x$ と共有点をもつ円は全部で 20 個なので，$N(1, 0) = 20$ である。
また，直線 $y = 2$ と共有点をもつ円は全部で 40 個なので，$N(0, 2) = 40$ である。
このとき，次の問いに答えよ。



(1)　$N(1, 2)$ を求めよ。

(2)　$N\left(\dfrac{1}{2}, 4\right)$ を求めよ。

(3)　$N(3, b) = 17$ となる自然数 b をすべて求めよ。

(4)　$N(a, b) = 21$ となる a のうち，最大のものを求めよ。

［ 以 下 余 白 ］

数　学

解答用紙

〈R03154061〉

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

（注意）所定の欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

注　意　1．解答用紙は折り線のところで山折りにしてから解答すること。
2．必要な式と計算は，各問いの計算欄に書くこと。
3．答の $\sqrt{}$ の中はできるだけ簡単にし，分数は，それ以上約分できない形で答えること。

1　計算欄

答 (1) ①

(1) ②

(2) ①

(2) ② $b=$

2　計算欄

答 (1) $m=$　　$n=$

(2) $(\quad,\quad)$

(3) $r^2=$

(4) ① $a=$

(4) ②

折　り　線

3　計算欄

答 (1)

(2)

(3)

4　計算欄

答 (1)

(2)

(3) $b=$

(4) $a=$

〈R03154061〉

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

（注意）所定の欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

1　(1) ①　(1) ②　(2) ①　(2) ②

2　(1)　(2)　(3)　(4) ①　(4) ②

3　(1)　(2)　(3)

4　(1)　(2)　(3)　(4)