

国立音楽大学附属高等学校入学試験問題（普通科）

—— 数 学 —— No.1

2021年2月10日

注意 解答は解答用紙に記入すること。また答えのみではなく、途中の計算式も記入すること。

円周率が必要な場合は π を用い、解答に $\sqrt{\quad}$ が含まれる場合は $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい正の整数にすること。

1. 次の問いに答えなさい。

(1) $57^2 - 43^2 - 103^2 + 2 \times 103 \times 98 - 98^2$ を計算しなさい。

(2) $(\sqrt{11} - 2\sqrt{3})^{2021}(\sqrt{11} + 2\sqrt{3})^{2021}$ を計算しなさい。

(3) $(x^2 - x)^2 - 5(x^2 - x) + 6$ を因数分解しなさい。

(4) 2次方程式 $\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{1}{4} = 0$ を解きなさい。

(5) 連立方程式
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{2y+1}{7} = -1 \\ 0.1x - 1.2y = -\frac{19}{10} \end{cases}$$
 を解きなさい。

(6) $\frac{5}{3} < \sqrt{x} < 3$ を満たす自然数 x をすべて求めなさい。

(7) 大小2個のさいころを同時に1回投げたとき、目の積が奇数または3の倍数となる確率を求めなさい。

(8) 連続する2つの奇数があり、大きい方の2乗から小さい方の2乗を引くと56になるとき、この連続する2つの奇数を求めなさい。

(9) 1つの頂点から9本の対角線を引くことができる正多角形がある。この正多角形の1つの内角の大きさを求めなさい。

(10) 図1において、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(11) 図2において、 $\angle XOY = 90^\circ$ であるとき、 $\angle XOP = 15^\circ$ となる線分OPを作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

図1

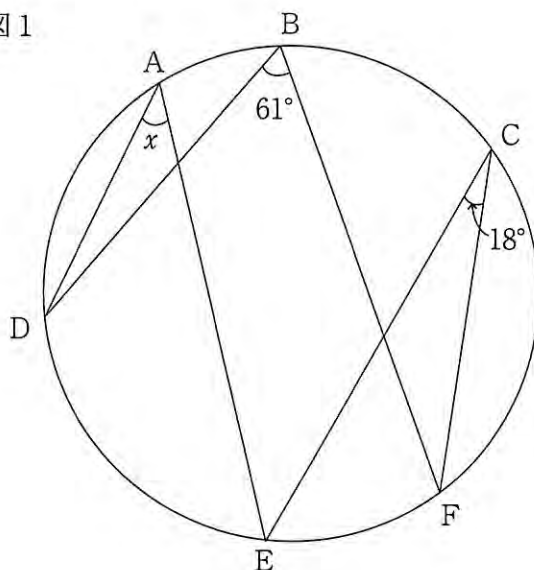
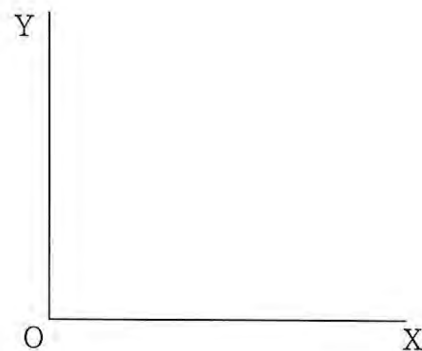
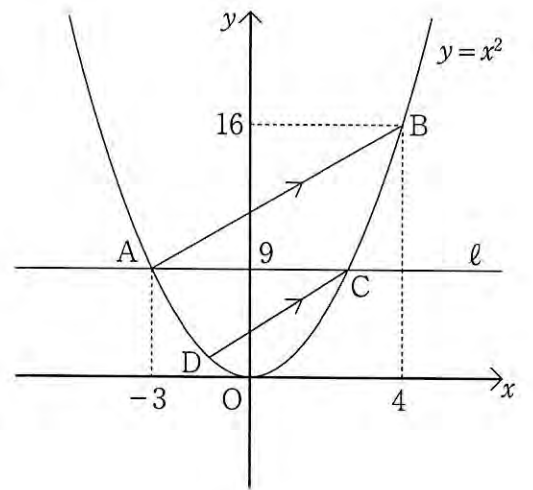


図2

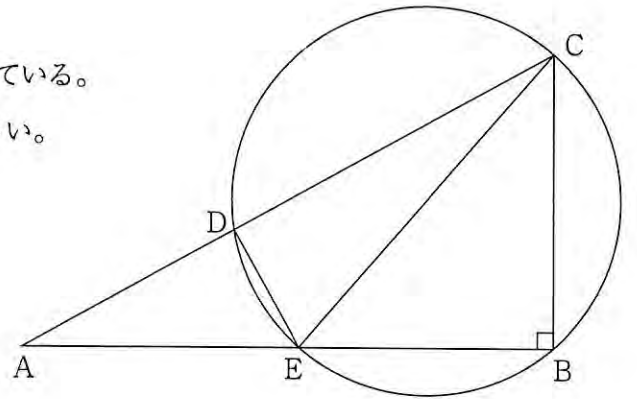


2. 右の図のように、放物線 $y = x^2$ 上に2点 $A(-3, 9)$, $B(4, 16)$ がある。点 A を通り、 x 軸と平行な直線 ℓ と放物線の交点を C とする。また、交点 C を通り、直線 AB と平行な直線と放物線との交点を D とする。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 2点 A, B を通る直線の方程式を求めなさい。
- (2) 点 D の座標を求めなさい。
- (3) 直線 AD と直線 BC の交点を E とする。このとき $\triangle ABE$ の面積を求めなさい。
- (4) 直線 BC と x 軸との交点を F とする。線分 BF 上に点 P をとり、 $\triangle ABP$ の面積が台形 $ABCD$ の面積の $\frac{2}{3}$ に等しくなるとき、点 P の座標を求めなさい。

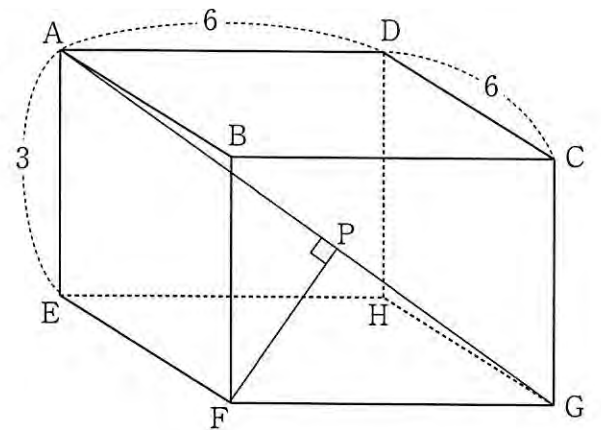
3. 右の図のように、 $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC は円と4点 B, C, D, E と交わっている。また、 $\angle CED = 2\angle DCE$ が成り立っている。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ を証明しなさい。
- (2) $\angle DCE$ の大きさを求めなさい。

4. 【選択問題 (三平方の定理を含む)】

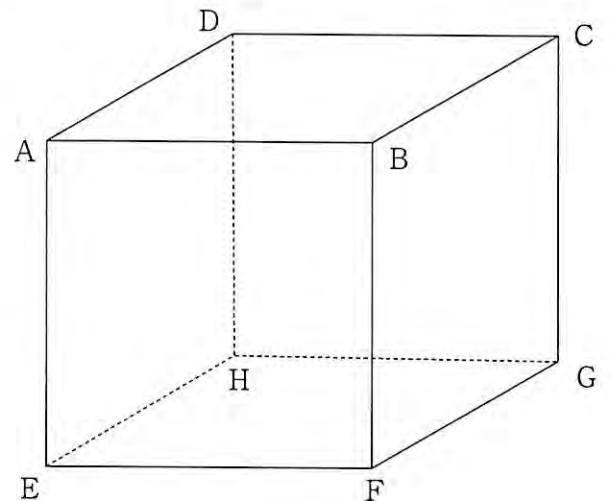
右の図のように、縦6、横6、高さ3の直方体がある。この直方体の対角線 AG 上に線分 FP が AG と垂直になるような点 P をとる。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 対角線 AG の長さを求めなさい。
- (2) 線分 AP の長さを求めなさい。
- (3) 点 P と平面 $EFGH$ との距離を求めなさい。

5. 【選択問題 (三平方の定理を含まない)】

右の図のような立方体 $ABCD - EFGH$ がある。辺 CD, DA, AE の中点をそれぞれ P, Q, R としたとき、 P, Q, R を通る平面で切った断面図を考える。また、 PQ の長さを a とする。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 断面図の形を答えなさい。
- (2) この断面図のもつ2つの対角線のうち長い方の長さを a を用いて表しなさい。
- (3) 断面図のすべての頂点を通る円の面積を a を用いて表しなさい。

受験番号	氏 名	得 点

1.

(1)		(2)	
(3)		(4)	
		x =	
(5)			
x = , y =			
(6)	(7)	(11)	
x =			
(8)			
連続する奇数は と			
(9)	(10)		
	∠x = °		

2.

(1)	(2)		
y =	点D (,)		
(3)	(4)		
面積	点P (,)		

3.

(1)	(2)
	∠DCE = °

【選択問題】 4または5を選び、選んだ問題番号を□内に書きなさい。

(1)	(2)	(3)

受験番号	氏 名	得 点

1.	(1)	(2)	
	1375	-1	
	(3)	(4)	
	$(x-2)(x+1)(x^2-x-3)$	$x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$	
	(5)		
	$x = \frac{1}{5}, y = \frac{8}{5}$		
	(6)	(7)	(11)
	$x = 3, 4, 5, 6, 7, 8$	$\frac{2}{3}$	
	(8)		
	連続する奇数は 13 と 15		
	(9)	(10)	
	150°	$\angle x = 43^\circ$	

2.	(1)	(2)
	$y = x + 12$	点D (-2, 4)
	(3)	(4)
	面積 $\frac{147}{2}$	点P ($\frac{20}{7}, 8$)

3.	(1)	(2)
	$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ を示す。 $\angle EAD = \angle CAB \dots \textcircled{1}$ 四角形BCDE が円に内接しているので、 $\angle ADE = \angle ABC = 90^\circ \dots \textcircled{2}$ $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$	$\angle DCE = 30^\circ$

【選択問題】 4 または 5 を選び、選んだ問題番号を□内に書きなさい。

	(1)	(2)	(3)
4.	9	5	$\frac{4}{3}$
5.	正六角形	$2a$	πa^2