

令和 3 年度 慶應義塾志木高校

1 次の問に答えよ。

- (1) $a + b + c = 0$, $abc = 2021$ であるとき, $(ab + ca)(ca + bc)(bc + ab)$ の値を求めよ。
- (2) ①のカードが3枚, ②と③と④のカードが1枚ずつある。これら6枚のカードから4枚を選んで並べてできる4桁の自然数は, 全部で何通りあるか。

2 ある文房具店に鉛筆とボールペンがあり, その本数の比は6:5である。また黒の鉛筆と黒のボールペンの本数の比は5:3で, 黒以外の鉛筆と黒以外のボールペンの本数の比は8:7である。このとき, 次の問に答えよ。

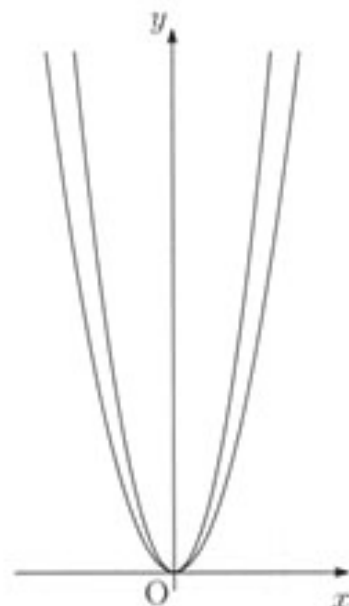
- (1) 鉛筆のうち, 黒と黒以外の本数の比を求めよ。
- (2) ボールペンの全本数が400本より多く450本より少ないとき, 鉛筆の全本数を求めよ。

3 立方体の各面に1から6の自然数の目が記されているさいころがある。ただしこのさいころは, n の目が1の目の n 倍の確率で出るように細工されている。このとき, 次の確率を求めよ。

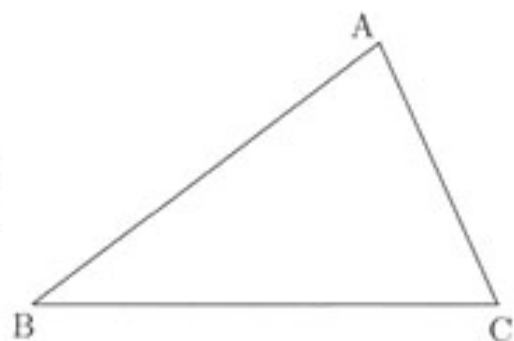
- (1) このさいころを1回投げて, 1の目が出る確率
- (2) このさいころを3回投げて, 3の目が1回だけ出る確率

4 図のように, 座標平面上に2つの放物線 $y = ax^2 \cdots \textcircled{1}$, $y = bx^2 \cdots \textcircled{2}$ ($a > 0$, $b > 0$, $a : b = 5 : 3$) がある。点A, Bは①上の点で, 点C, Dは②上の点である。また, 点A, Cの x 座標は -4 で, 点B, Dの x 座標は 7 である。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) 直線ABと直線CDの交点Eの座標を求めよ。
- (2) 四角形ABDCの面積が143であるとき, a , b の値を求めよ。

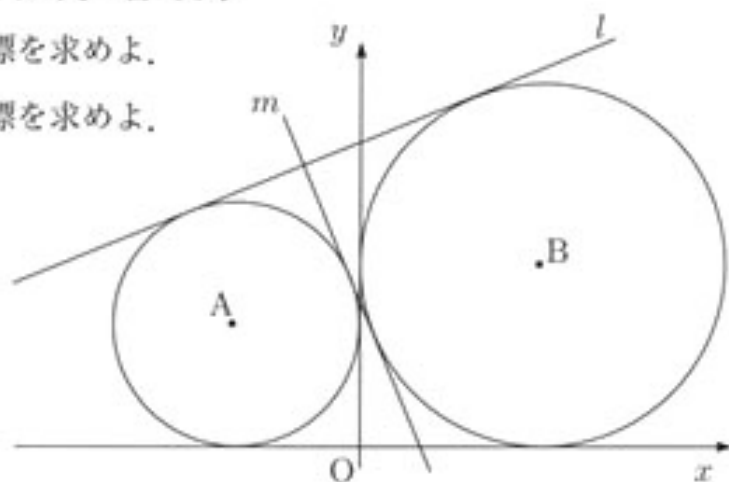


- 5 図のような鋭角三角形 ABC において、辺 AB の垂直二等分線と辺 AC の垂直二等分線の交点を P とする。点 P から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を Q とするとき、点 Q は辺 BC の中点であることを証明せよ。



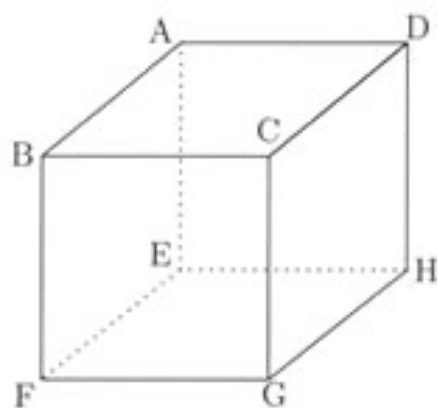
- 6 座標平面上に点 $A(-2, 2)$ を中心とする半径 2 の円 A と、点 $B(3, 3)$ を中心とする半径 3 の円 B がある。円 A 、円 B は両方とも、図のように直線 l 、直線 m と接している。このとき、次の間に答えよ。

- (1) 直線 l と x 軸の交点 P の x 座標を求めよ。
- (2) 直線 l と y 軸の交点 Q の y 座標を求めよ。
- (3) 直線 m の方程式を求めよ。



- 7 1 辺の長さが a の立方体 $ABCD-EFGH$ がある。辺 AB 、 AD 、 FG の中点をそれぞれ P 、 Q 、 R とするとき、次の間に答えよ。

- (1) この立方体を、3 点 P 、 Q 、 R を通る平面で切ったときにできる立体のうち、頂点 E を含む立体の体積を a を用いて表せ。
- (2) この立方体を、3 点 A 、 B 、 H を通る平面と、3 点 A 、 D 、 F を通る平面とで切ったときにできる立体のうち、頂点 E を含む立体の体積を a を用いて表せ。
- (3) この立方体を、3 点 A 、 B 、 H を通る平面と、3 点 A 、 D 、 F を通る平面と、3 点 P 、 Q 、 R を通る平面とで切ったときにできる立体のうち、頂点 E を含む立体の体積を a を用いて表せ。



慶應義塾志木高校 解答

1 (1) -4084441 (2) 72 通り

2 (1) $5 : 28$ (2) 528 本

3 (1) $\frac{1}{21}$ (2) $\frac{108}{343}$

4 (1) $(-\frac{28}{3}, 0)$ (2) $a = 1, b = \frac{3}{5}$

5 (証明)

2 辺 AB, AC の垂直二等分線の交点 P は $\triangle ABC$ の外心(外接円の中心)となるから,

残りの辺 BC からも等距離にある。(PQ も垂直二等分線)

よって, 点 P から垂線 PQ をおろすと, 点 Q は BC を二等分する

6 (1) -12 (2) 5 (3) $y = -\frac{12}{5}x + \frac{12}{5}$

7 (1) $\frac{a^3}{2}$ (2) $\frac{a^3}{3}$ (3) $\frac{5}{16}a^3$