令和 3 年度　開智高校(埼玉) 1 回

1　次の各問いに答えなさい。

(1) $(-3abc)^2 \div \frac{6}{5}a^2b \times \left(\frac{2}{3}bc\right)^2$ を計算しなさい。

(2) $4(x-2y)^2-(x+3y)(x-3y)$ を計算しなさい。

(3) $3ab^2c+18ac-15abc$ を因数分解しなさい。

(4) $\sqrt{220-3a}$ が自然数となる自然数 a の個数を求めなさい。

(5) 連立方程式 $\begin{cases} ax+by=11 \\ bx+ay=14 \end{cases}$ の解が $\begin{cases} x+2y=0 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ の解と等しくなる

a, b の値を求めなさい。

(6) 図のように中心Oの円周上に4点A, B, C, Dがあり,

$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD} : \overset{\frown}{DA} = 1:2:3:4$であるとき

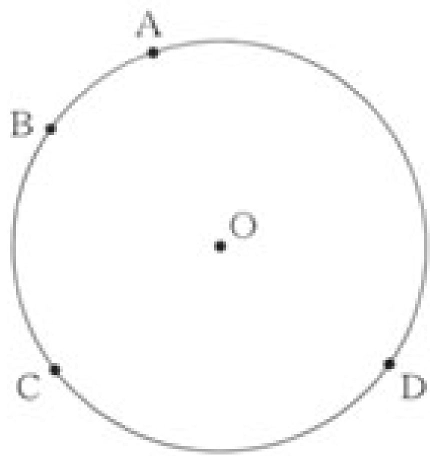
正しいものをすべて選びなさい。

① 辺ABと辺BCの長さの比は1：2

② AC⊥BD

③ △BOC∽△ACD

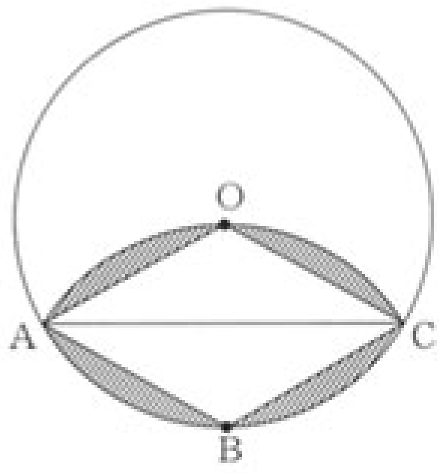
④ CO⊥AD



(7) 右の図のように，３点Ａ，Ｂ，Ｃは点Ｏを中心とする半径４の円周上にあり，さらに３点Ａ，Ｏ，Ｃは点Ｂを中心とする半径４の円周上にある。

図の斜線部分の面積を求めなさい。

ただし，円周率はπとする。



2　次の各問いに答えなさい。

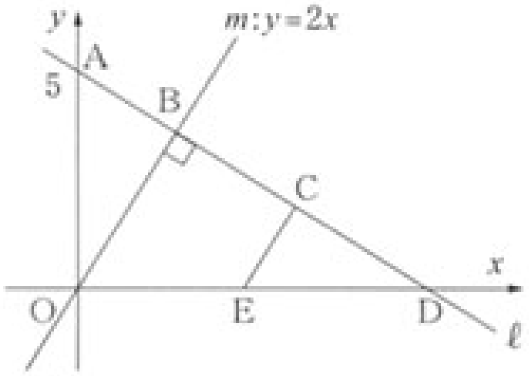
(1)　0，1，2，3，4の5つの数字から3つの数字を選んで並べて，3桁の整数をつくる。ただし同じ数字を2回以上選ばないものとする。
このとき，次の各問いに答えなさい。

(i)　3桁の整数は全部で何個できるか求めなさい。

(ii)　偶数は何個できるか求めなさい。

(iii)　4の倍数は何個できるか求めなさい。

(2)　右の図のようにA (0, 5)があり，Aを通る直線をℓとし，ℓとx軸の交点をDとする。次に直線m：$y=2x$上に点Bがあり，ℓとmは点Bで直角に交わる。またCはBDの中点，EはODの中点とする。次の各問いに答えなさい。



(i)　直線ℓの方程式を求めなさい。

(ii)　点Cの座標を求めなさい。

(iii)　△OAB：四角形OBCE：△CDEの面積比を求めなさい。

3　A，A，A，B，B，Cの６つの文字から３つの文字を選んで１列に並べる。このとき，次の各問いに答えなさい。

(1)　Aを２つ選ぶ文字列は何通りか答えなさい。

(2)　Aを１つ選ぶ文字列は何通りか答えなさい。

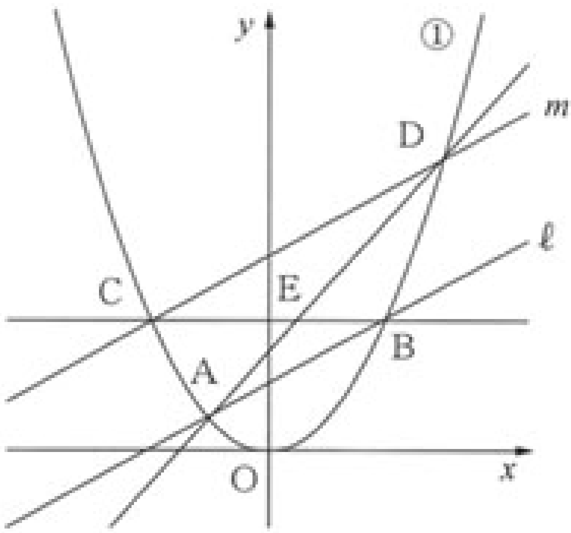
(3)　文字列は全部で何通りか答えなさい。

4 図のように，関数 $y=x^2$ ……①

のグラフと直線 ℓ，直線 m とが，それぞれ2点A，BとC，Dで交わっている。そして，直線 ℓ と直線 m，直線BCと x 軸はそれぞれ平行であり，A，Bの x 座標はそれぞれ -1，2である。

直線ADと直線BCの交点をEとする。

次の各問いに答えなさい。



(1) 直線 ℓ の方程式を求めなさい。

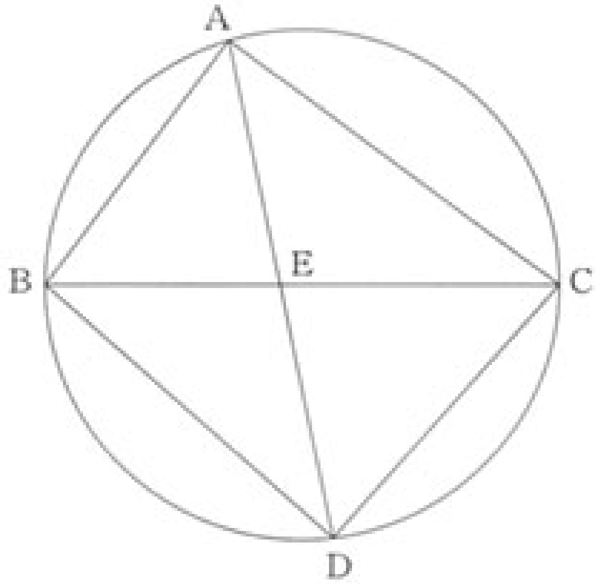
(2) 点Cの座標を求めなさい。

(3) 点Dの座標を求めなさい。

(4) 線分AE：EDの比をもっとも簡単な整数比で表しなさい。

5　三角形ABCは円に内接し，∠Aの二等分線と円との交点のうち，点A以外の点をDとする。AB＝6，AC＝8，BC＝10である。

次の各問いに答えなさい。



(1)　∠BCDの大きさを求めなさい。

(2)　BDの長さを求めなさい。

(3)　BEの長さを求めなさい。

(4)　ADの長さを求めなさい。

令和３年度　開智学園　第１回　入学試験　数学　解答用紙

④ × 7 = 28

1

(1)	$\frac{10}{3}b^3c^4$	(2)	$3x^2-16xy+25y^2$
(3)	$3ac(b-2)(b-3)$		
(4)	10個	(5)	$a=$ 12　, $b=$ 13
(6)	③, ④	(7)	$\frac{32}{3}\pi-16\sqrt{3}$

※1

④ × 6 = 24

2

(1)	(i)	48個		
(1)	(ii)	【考え方】 1の位が0 $1\times4\times3=12$ 1の位が2.4 $2\times3\times3=18$ $\therefore 12+18=34$ 30 個	(iii)	【考え方】 下2桁 04　3個 12　2個 20　3個 24　2個 32　2個 40　3個 $3+2+3+2+2+3=15$ 15 個
(2)	(i)	$y=-\frac{1}{2}x+5$	(ii)	C(6 , 2)
(2)	(iii)	△OAB：四角形OBCE：△CDE＝ 1 ： 3 ： 1		

※2

3

(1)	6通り	(2)	9通り	(3)	19通り

※3

④ × 3 = 12

学校番号	受験番号	氏名

※欄には何も記入しないこと

(1),(2) ④×2　(3),(4) ⑤×2　= 18点

4

(1) $y = x + 2$

(2) C(-2 , 4)

(3)

【考え方】

直線 m : $y = x + 6$

① : $y = x^2$ と連立し

$x^2 = x + 6$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$　$x = 3$

$y = 3^2 = 9$

D(3 , 9)

(4)

【考え方】

ADとBCの交点は

AD : $y = 2x + 3$ より

E$(\frac{1}{2}, 4)$

Aのx座標 -1

Eのx座標 $\frac{1}{2}$

Dのx座標 3

でxについて考えればよく

AE : ED $= \frac{3}{2} : \frac{5}{2} = 3 : 5$

AE : ED= $3 : 5$

5

(1) $45°$

(2) $5\sqrt{2}$

(3)

【考え方】

BE : EC = AB : AC = $3 : 4$

BE $= 10 \times \frac{3}{7} = \frac{30}{7}$

BE= $\frac{30}{7}$

(4)

【考え方】

DC $= \frac{BC}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$

△ABE ∽ △ADC より

AB : AD = BE : DC

$6 : AD = \frac{30}{7} : 5\sqrt{2}$

AD $= 7\sqrt{2}$

AD= $7\sqrt{2}$

(1),(2) ④×2　(3),(4) ⑤×2　= 18点

令和 3 年度　開智高校(埼玉) 2 回

1　次の各問いに答えなさい。

(1)　$(2+\sqrt{2}+\sqrt{3})(2-\sqrt{2}+\sqrt{3})$ を計算しなさい。

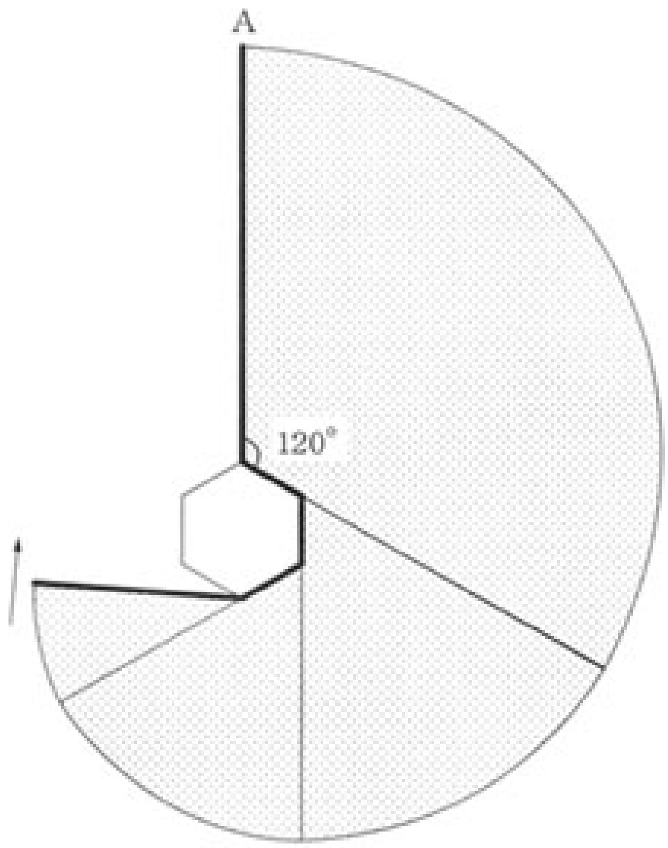
(2)　$\dfrac{2x+3y}{6}+\dfrac{x-2y}{3}-\dfrac{3x+y}{2}$ を計算しなさい。

(3)　2次方程式$(x+4)^2-7x-28=0$ を解きなさい。

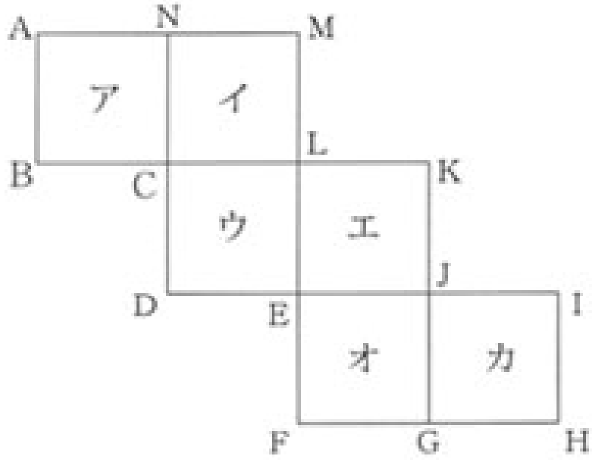
(4)　$y=ax^2$ について，xの変域が$-\dfrac{1}{3}\leqq x\leqq 2$のとき，$y$の変域が$b\leqq y\leqq 8$である。
a，bの値を求めなさい。

(5)　$\sqrt{n^2+24}$ が整数となる正の整数nの値をすべて求めなさい。

(6)　一辺1 mの正六角形のひとつの頂点に長さ6 mの糸をつけ，糸をピンと張った状態で，右図のAの位置から，六角形に時計回りに巻きつける。このとき糸の通る部分の面積を求めなさい。
ただし，図は巻きつけている途中の様子を表したものであり，糸は最後まで巻きつけるものとする。



(7) 右図は，立方体の展開図である。これを組み立てて立方体にしたとき，次の問いに答えなさい。



(i) 面ウと平行になる面を答えなさい。

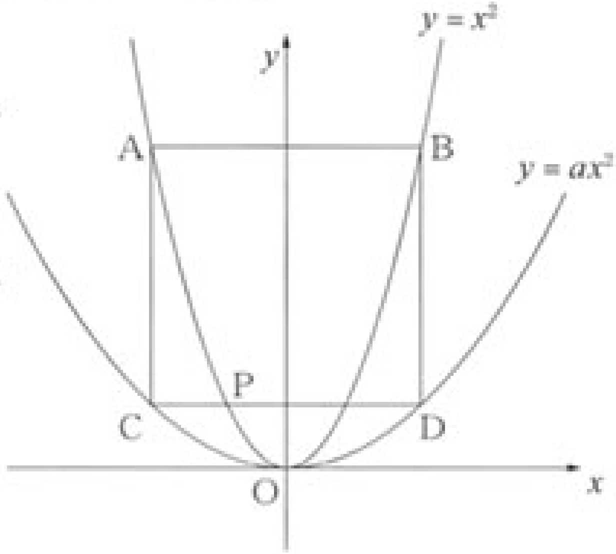
(ii) 点Mと重なる点をすべて答えなさい。

2　次の各問いに答えなさい。

(1) 右の図は，関数 $y=x^2$ …①と関数 $y=ax^2$ …②のグラフである。

①，②のグラフ上に，それぞれ２点ＡとＢ，ＣとＤがあり，線分ABとCDはx軸に平行である。

点Aの x 座標を-4とし，四角形ACDBが正方形となるとき，次の各問いに答えなさい。

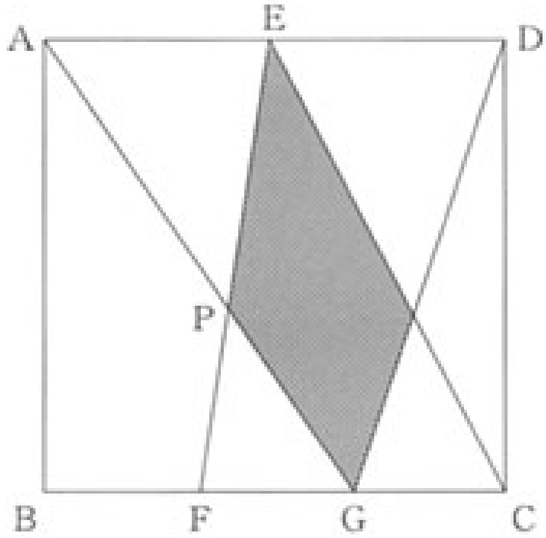


(i)　aの値を求めなさい。

(ii)　図のように，線分CDと①の２つの交点のうち，x 座標が負の点をPとする。直線PBの方程式を求めなさい。

(2) 右の図は，一辺が６cmの正方形ABCDの辺ADの中点をE，辺BCを３等分する点を順にF，Gとしたものである。

図のように，AG，GD，FE，ECを真っすぐに結んだとき，次の各問いに答えなさい。



(i)　線分AGと線分EFの交点をPとするとき，AP：PGを求めなさい。

(ii)　斜線部分の四角形の面積を求めなさい。

3　1，2，4，4，5，6とかかれたサイコロを2回振るとき，次の問いに答えなさい。

(1) 目の和が偶数となる確率を求めなさい。

(2) 目の和が3の倍数となる確率を求めなさい。

(3) 目の積が4の倍数となる確率を求めなさい。

4　座標平面上にA(−5，0)，B(3，0)，C(0，6)がある。

(1) 直線BCの方程式を求めなさい。

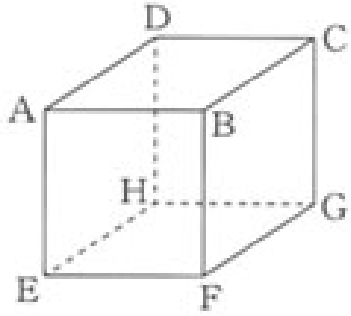
次に点PはAからBに向けて毎秒1の速さで進みBで止まり，点QはBからCに向けて毎秒$\sqrt{5}$の速さで進みCで止まる。点Pと点Qが同時に出発してから点Pが止まるまでを考える。

(2) 1秒後における△BPQの面積を求めなさい。

(3) △BPQの面積が△ABCの面積の半分になるのは何秒後か。すべて答えなさい。

5 右図のような１辺の長さが２の立方体 ABCD−EFGH がある。

このとき，次の各問いに答えなさい。



(1) ３点 A，C，F を通る平面で切ったとき、切り口の図形を最も適切な表現で答えなさい。

(2) ４点 A，C，F，H を結んでできる立体の体積を求めなさい。

(3) (2)でできる立体に内接する球の半径を求めなさい。

令和３年度　開智学園　第２回　入学試験　数学　解答用紙

④×5＋⑤＋③×2＝31点

1

(1) ④	$5+4\sqrt{3}$	(2) ④	$\dfrac{-5x-4y}{6}$
(3) ④	$x=-4,3$	(4) ④	$a=$ 2　$b=$ 0
(5) ④	$n=1,5$		

(6) ⑤

【考え方】
$(\pi\cdot1^2+\pi\cdot2^2+\pi\cdot3^2+\pi\cdot4^2+\pi\cdot5^2)\times\frac{1}{6}+\pi\cdot6^2\times\frac{1}{3}$
$=\frac{1}{6}\pi(1+4+9+16+25+72)=\frac{1}{6}\pi\times127=\frac{127}{6}\pi$

面積は $\frac{127}{6}\pi$ m²

(7) (i) ③ カ　(ii) ③ K, I

※1

2

(1)

(i) ⑤ $a=\frac{1}{2}$

(ii) ⑥

【考え方】
Pのy座標は8より
$P(-2\sqrt{2},8)$
$B(4,16)$
$y=\dfrac{16-8}{4+2\sqrt{2}}(x-4)+16$
$=\dfrac{4}{2+\sqrt{2}}(x-4)+16$
$=2(2-\sqrt{2})(x-4)+16$
$=(4-2\sqrt{2})x+8\sqrt{2}$

直線の方程式 $y=(4-2\sqrt{2})x+8\sqrt{2}$

(2)

(i) ⑤ AP : PG＝ 3 : 2

(ii) ⑥

【考え方】
CEとDGの交点Q
$\triangle ABG+\triangle GCD=\frac{1}{2}\times6\times6=18$
$\triangle AEP+\triangle EDQ=\frac{1}{2}\cdot6\cdot6\cdot\frac{3}{5}=\frac{54}{5}$
$36-18-\frac{48}{5}=18-\frac{54}{5}$
$=\frac{1}{5}(90-54)=\frac{36}{5}$

面積は $\frac{36}{5}$

⑤⑤
⑥⑥
22点

※2

受験番号	受験番号	氏名

※欄には何も記入しないこと

⑤ × 3 = 15点

3

(1)	$\frac{5}{9}$	(2)	$\frac{13}{36}$	(3)	$\frac{2}{3}$

4

(1) ④ $y=-2x+6$

(2) ④ 7

④ ⑧ ④

16点

(3) ⑧

【考え方】

$\triangle ABC = \frac{1}{2}\cdot 8 \cdot 6 = 24$

t秒後について考える

i) $0 \leqq t \leqq 3$ のとき

$BQ = 8-t$

高さ $2t$

$\frac{1}{2}\cdot(8-t)\cdot 2t = 12$

$-t^2+8t=12$

$t^2-8t+12=0$

$(t-2)(t-6)=0$

$t=2$

ii) $3 \leqq t \leqq 8$ のとき

$BQ = 8-t$

高さ 6

$\frac{1}{2}\cdot(8-t)\cdot 6 = 12$

$3(8-t)=12$

$8-t=4$

$t=4$

2, 4 秒後

5

(1) ④ 正三角形

④ ⑥ ⑥

16点

(2) ⑥

【考え方】

$2^3-4\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\cdot 2\cdot 2$

$=8-\frac{16}{3}=\frac{8}{3}$

体積は $\frac{8}{3}$

(3) ⑥

【考え方】

各面にできる正三角形の面積は

$\frac{1}{2}\cdot(2\sqrt{2})^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

求める球の半径 r は

$4\cdot\frac{1}{3}\cdot 2\sqrt{3}\cdot r=\frac{8}{3}$

$r=\frac{1}{\sqrt{3}}$

半径は $\frac{\sqrt{3}}{3}$