

受検番号	第	番
------	---	---

令和4年度学力検査問題

数 学 [学校選択問題] (10時35分～11時25分)  
(50分間)

注 意

1 解答用紙について

- (1) 解答用紙は1枚で、問題用紙にはさんであります。
- (2) 係の先生の指示に従って、所定の欄2か所に受検番号を書きなさい。
- (3) 答えはすべて解答用紙のきめられたところに、はっきりと書きなさい。
- (4) 解答用紙は切りはなしてはいけません。
- (5) 解答用紙の※印は集計のためのもので、解答には関係ありません。

2 問題用紙について

- (1) 表紙の所定の欄に受検番号を書きなさい。
- (2) 問題は全部で5問あり、表紙を除いて10ページです。
- (3) 問題用紙の余白を利用して、計算したり、図をかいたりしてもかまいません。

3 解答について

- (1) 答えに根号を含む場合は、根号をつけたままで答えなさい。
  - (2) 答えに円周率を含む場合は、 $\pi$ を用いて答えなさい。
- 印刷のはっきりしないところは、手をあげて係の先生に聞きなさい。

1 次の各問に答えなさい。(43点)

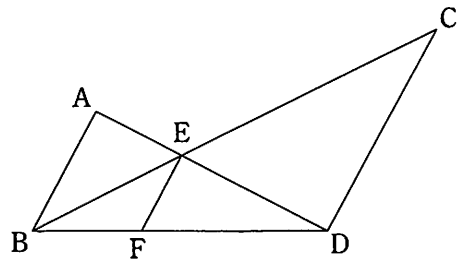
(1)  $6xy^2 \div \left(-\frac{3}{5}xy\right) \div (-2x)^3$  を計算しなさい。(4点)

(2)  $\sqrt{11}$  の整数部分を  $a$ 、小数部分を  $b$  とするとき、 $a^2 - b^2 - 6b$  の値を求めなさい。(4点)

(3) 2次方程式  $2(x+3)^2 - 3(x+3) - 3 = 0$  を解きなさい。(4点)

(4)  $\sqrt{\frac{540}{n}}$  の値が整数となるような自然数  $n$  は、全部で何通りあるか求めなさい。(4点)

- (5) 右の図で、 $AB$ 、 $CD$ 、 $EF$ は平行です。 $AB = 2\text{ cm}$ 、 $CD = 3\text{ cm}$ のとき、 $EF$ の長さを求めなさい。(4点)



- (6) 次のア～エの中から、箱ひげ図について述べた文として誤っているものを一つ選び、その記号を書きなさい。(4点)

- ア データの中に離れた値がある場合、四分位範囲はその影響を受けにくい。
- イ 四分位範囲は第3四分位数から第1四分位数をひいた値である。
- ウ 箱の中央は必ず平均値を表している。
- エ 第2四分位数と中央値は必ず等しい。

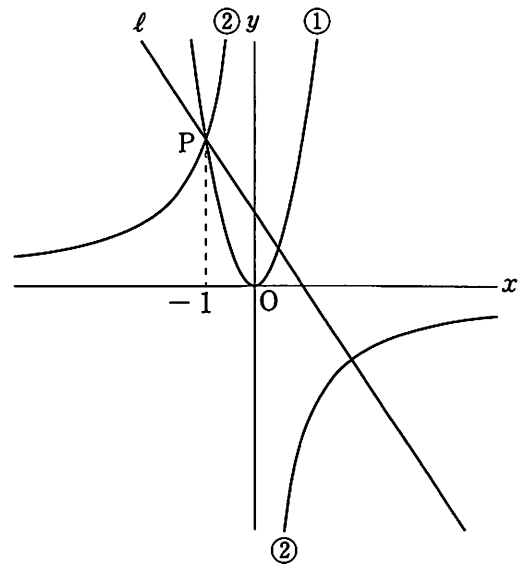
- (7) ある養殖池にいる魚の総数を、次の方法で調査しました。このとき、この養殖池にいる魚の総数を推定し、小数第1位を四捨五入して求めなさい。(4点)

- 【1】 網で捕獲すると魚が22匹とれ、その全部に印をつけてから養殖池にもどした。
- 【2】 数日後に網で捕獲すると魚が23匹とれ、その中に印のついた魚が3匹いた。

- (8) Aさんは、午後1時ちょうどに家を出発して1500 m離れた公園に向かいました。はじめは毎分50 mの速さで歩いていましたが、途中から毎分90 mの速さで走ったところ、午後1時24分ちょうどに公園に着きました。このとき、Aさんが走り始めた時刻を求めなさい。(5点)

- (9) 右の図において、曲線①は関数  $y = ax^2$  のグラフで、  
 曲線②は関数  $y = \frac{b}{x}$  のグラフ、直線  $l$  は一次関数  
 $y = cx + d$  のグラフです。

曲線①、②と直線  $l$  が、 $x$  座標が  $-1$  である点  $P$  で  
 右の図のように交わっているとき、 $a, b, c, d$  の大  
 小関係を小さい順に不等号を使って表しなさい。(5点)



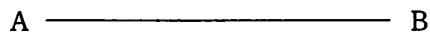
- (10) ある店では同じ味のアイスクリームを S, M, L の 3 種類のサイズで販売しており、価格は次の表のとおりです。これらのアイスクリームをすべて円柱とみなして考えると、S サイズと M サイズは相似な立体で、相似比は  $3 : 4$  です。また、M サイズと L サイズの底面の半径の比は  $4 : 5$  で、L サイズの高さは M サイズの  $2$  倍です。このとき、最も割安なサイズを求め、その理由を数や式を用いて説明しなさい。(5点)

サイズ	S	M	L
価格(円)	160	320	960

2 次の各問に答えなさい。(12点)

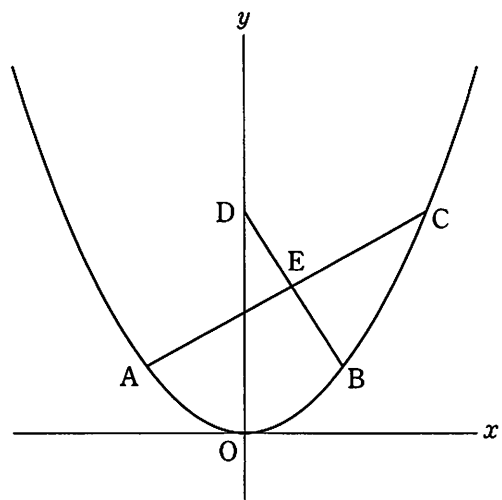
- (1) 下の図の線分 AB 上に点 C をとるとき、 $AC : AB = 1 : \sqrt{2}$  となる点 C をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。(6点)



- (2) 右の図において、曲線は関数  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) のグラフで、曲線上に  $x$  座標が  $-3$ ,  $3$  である 2 点 A, B をとります。また、曲線上に  $x$  座標が  $3$  より大きい点 C をとり、C と  $y$  座標が等しい  $y$  軸上の点を D とします。

線分 AC と線分 BD との交点を E とすると、 $AE = EC$  で、 $AC \perp BD$  となりました。このとき、 $a$  の値を求めなさい。(6点)



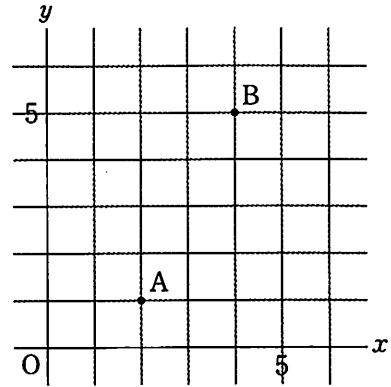
3 次の文と会話を読んで、あとの各問に答えなさい。(17点)

先生「次の設定を使って、確率の問題をつくってみましょう。」

設定

座標平面上に2点A(2, 1), B(4, 5)があります。  
1から6までの目が出る1つのさいころを2回投げ、1回目に出た目の数を  $s$ 、2回目に出た目の数を  $t$  とするとき、座標が  $(s, t)$  である点を P とします。

ただし、さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。



【Hさんがつくった問題】

$\angle APB = 90^\circ$  になる確率を求めなさい。

【Eさんがつくった問題】

3点A, B, Pを結んでできる図形が三角形になる場合のうち、 $\triangle ABP$ の面積が $4\text{ cm}^2$ 以上になる確率を求めなさい。

Rさん「【Hさんがつくった問題】について、 $\angle APB = 90^\circ$  になる点Pは何個かみつかるけど、これで全部なのかな。」

Kさん「円の性質を利用すると、もれなくみつけることができそうだよ。」

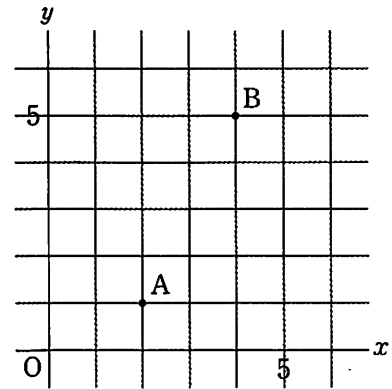
Rさん「【Eさんがつくった問題】は、【Hさんがつくった問題】と違って、三角形になる場合のうち、としているから注意が必要だね。」

Kさん「点Pの位置によっては、3点A, B, Pを結んでできる図形が三角形にならないこともあるからね。」

Rさん「点Pが直線  上にあるときは三角形にならないから、三角形になる場合は全部で  通りになるね。」

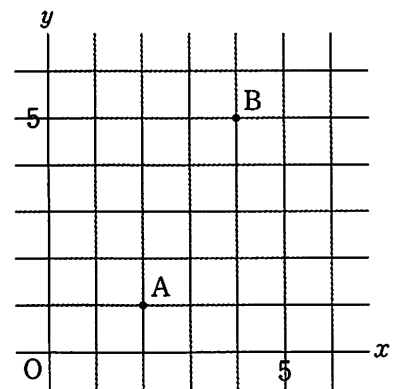
Kさん「そのうち、 $\triangle ABP$ の面積が $4\text{ cm}^2$ 以上になる点Pの個数がわかれば、確率を求めることができそうだね。」

- (1) 【Hさんがつくった問題】について、 $\angle APB = 90^\circ$  になる確率を求めなさい。(5点)



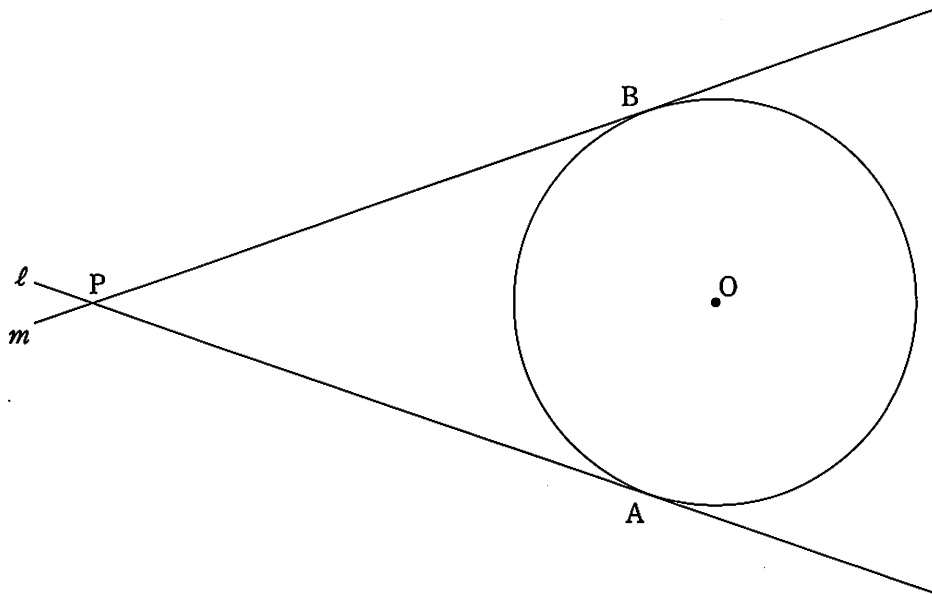
- (2)  にあてはまる直線の式を求めなさい。また、 にあてはまる数を求めなさい。  
(6点)

- (3) 【Eさんがつくった問題】について、 $\triangle ABP$ の面積が $4 \text{ cm}^2$ 以上になる確率を、途中の説明も書いて求めなさい。その際、解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。(6点)



4 下の図のように、点  $O$  を中心とする円  $O$  の円周上に 2 点  $A$ ,  $B$  をとり、 $A$ ,  $B$  を通る円  $O$  の接線をそれぞれ  $l$ ,  $m$  とします。

直線  $l$  と  $m$  とが点  $P$  で交わるとき、次の各問に答えなさい。(11 点)

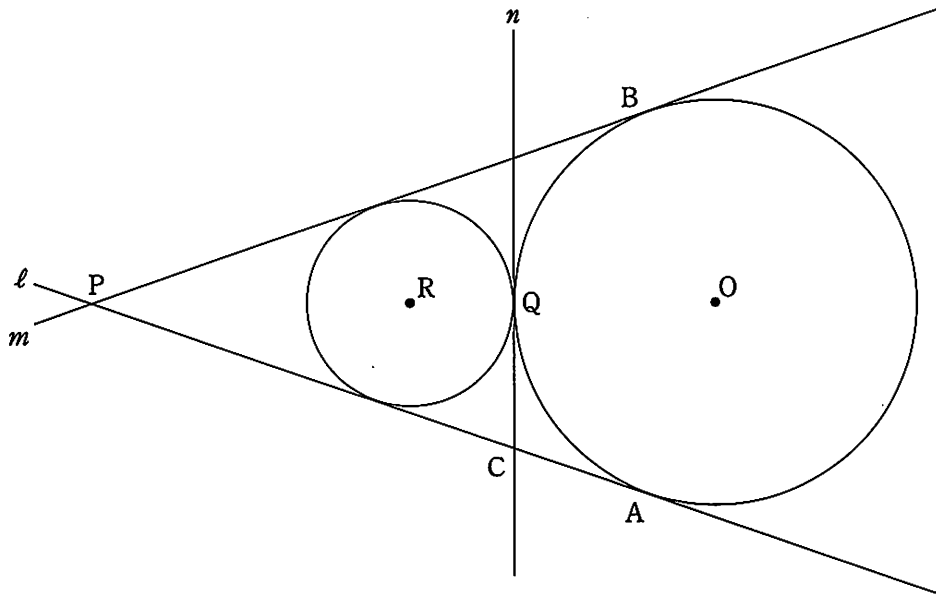


(1)  $PA = PB$  であることを証明しなさい。(6 点)



(2) 下の図のように、直線  $l$ ,  $m$  に接し、円  $O$  に点  $Q$  で接する円の中心を  $R$  とします。また、点  $Q$  を通る円  $O$  と円  $R$  の共通の接線を  $n$  とし、 $l$  と  $n$  との交点を  $C$  とします。

円  $O$  の半径が  $5\text{ cm}$ 、円  $R$  の半径が  $3\text{ cm}$  であるとき、線分  $PC$  の長さを求めなさい。(5点)



5 次の文を読んで、あとの各問に答えなさい。(17点)

Tさんは、カットされた状態で販売されているスイカを見たときに、そのひとつひとつは平面で切られた多面体であることに気づきました。球から多面体を切り出したときの立体の体積について興味をもったTさんは、次のように考えました。



下の図1は中心O、半径 $r$  cmの球を、Oを通る平面で切った半球で、切り口の円の円周上に $\angle AOB = 90^\circ$ となるように2点A、Bをとります。また、 $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ となる半球の表面上の点をCとし、半球を点A、O、Cを通る平面と点B、O、Cを通る平面の2つの平面で切ります。

図2は、半球をこの2つの平面で切ったあとにできる立体のうち、点A、B、Cを含むもので、この立体をVとします。

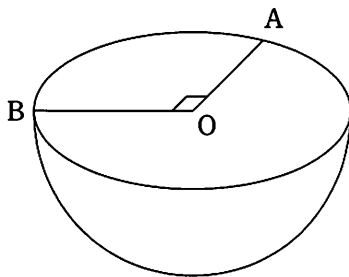


図1

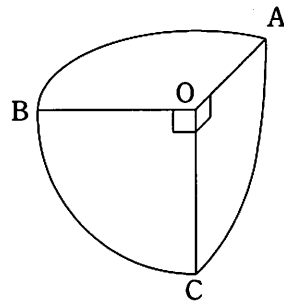


図2 (立体V)

(1) 立体Vの体積を求めなさい。(4点)

(2) 図2において、おうぎ形OBCの $\widehat{BC}$ の長さを二等分する点Dを、図3のようにとります。このとき、5つの点A、B、C、D、Oを頂点とする四角錐の体積を、途中の説明も書いて求めなさい。(7点)

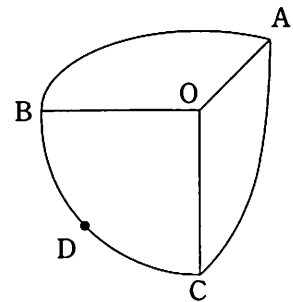


図3

(3) 図2において、おうぎ形OBCの $\widehat{BC}$ 上に $\angle COE = 30^\circ$ となる点Eをとり、点Eと線分OAを通る平面で立体Vを切ると、点Cを含む立体は図4のようになりました。

図4のように、おうぎ形OACの $\widehat{AC}$ を1:2に分ける点をF、おうぎ形OAEの $\widehat{AE}$ を1:2に分ける点をGとすると、6つの点A, C, E, F, G, Oを頂点とする五面体の体積を求めなさい。(6点)

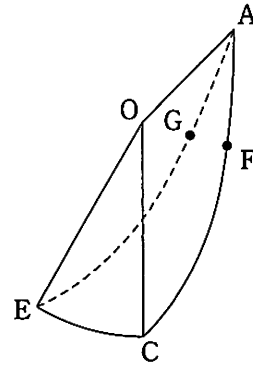


図4

(以上で問題は終わりです。)

数学 [学校選択問題] 解答用紙 (1)

1

(1) ■	(2) ■	(3) ■
(4) ■	(5) ■	(6) ■
通り	EF =	cm
(7) ■	(8) ■	(9) ■
およそ	匹	午後1時 分 秒
< < <		
(10) ■		
(説明)		
答え サイズ		

2

(1) ■	(2) ■
A ————— B	
a =	

1, 2の計

受検番号 第 番

(切りはなしてはいけません。)

(ここには何も書いてはいけません。)

数学 [学校選択問題] 解答用紙 (2)

3

(1) ■	(2) ■
ア	y =
イ	
(3) ■	
(説明)	
答え	

4

(1) ■	(2) ■
(証明)	PC =
cm	

5

(1) ■	(2) ■
cm <sup>3</sup>	
(説明)	
答え	
cm <sup>3</sup>	

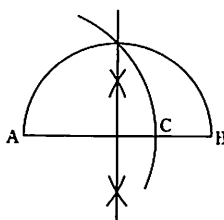
1, 2の計

得点 ※

受検番号 第 番

解答用紙

令和4年度採点の手引 (数学〔学校選択問題〕)

問題	正答	配点	採点上の注意	
1	(1)	$\frac{5y}{4x^3}$	4	内容に応じて部分点を認める。
	(2)	7	4	
	(3)	$x = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{4}$	4	
	(4)	4 (通り)	4	
	(5)	(EF=) $\frac{6}{5}$ (cm)	4	
	(6)	ウ	4	
	(7)	(およそ) 169 (匹)	4	
	(8)	午後1時 16分 30秒	5	
	(9)	$b < c < d < a$	5	
10	(説明) (例) SとMの体積比は $3^3 : 4^3 = 27 : 64$ 価格の比は $160 : 320 = 1 : 2$ 価格が2倍なのに対して、体積は2倍より大きいので、Mの方が割安。 MとLの底面積の比は $4^2 : 5^2 = 16 : 25$ 、 Lの高さはMの2倍なので、体積比は $16 : 50$ 価格の比は $320 : 960 = 1 : 3$ 価格が3倍なのに対して、体積は3倍より大きいので、Lの方が割安。 したがって、最も割安なのはLサイズ。 (答え) L (サイズ)	5		
2	(例)		6	内容に応じて部分点を認める。
	(2)	$a = \frac{\sqrt{3}}{9}$	6	

問題	正答	配点	採点上の注意		
3	(1)	$\frac{1}{6}$	5	図に示すことで、説明の一部を省略したのも、正答とする。 内容に応じて部分点を認める。	
	(2)	ア $y = 2x - 3$ イ 33	6		
	(3)	(説明) (例) 点Pが(2, 5), (4, 1)のとき、 $\triangle ABP$ の面積は $4 \text{ cm}^2$ になる。ABを底辺としたときの高さを、ABに平行な直線をひいて考えると、図の15個の点で面積が $4 \text{ cm}^2$ 以上になることがわかる。 また、三角形になる場合は33通り。 したがって、求める確率は $\frac{5}{11}$ (答え) $\frac{5}{11}$	6		
4	(1)	(証明) (例) $\triangle APO$ と $\triangle BPO$ において、 POは共通……………① 円の半径なので、 $OA = OB$ ……………② A, Bは接点なので、 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ ……………③ ①, ②, ③から、直角三角形で、斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので、 $\triangle APO \cong \triangle BPO$ したがって、 $PA = PB$	6	要点をおさえ、論理の筋道がおとっているものは、正答とする。 内容に応じて部分点を認める。	
	(2)	(PC=) $4\sqrt{15}$ (cm)	5		
5	(1)	$\frac{\pi}{6} r^3$ (cm <sup>3</sup> )	4	内容に応じて部分点を認める。	
	(2)	(説明) (例) 底面がOBDC、高さがOAの四角錐と考えると、底面の面積は $\triangle BOD$ の2倍。 $\triangle BOD$ は $\angle BOD = 45^\circ$ 、 $BO = DO = r$ であり、点DからOBにひいた垂線の長さをhとすると、 $h : DO = 1 : \sqrt{2}$ $h = \frac{\sqrt{2}}{2} r$ したがって、四角錐の体積は、 $\frac{1}{3} \times (2 \times \triangle BOD) \times OA$ $= \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1}{2} \times r \times \frac{\sqrt{2}}{2} r \times r = \frac{\sqrt{2}}{6} r^3$ (答え) $\frac{\sqrt{2}}{6} r^3$ (cm <sup>3</sup> )	7		
	(3)	$\frac{1 + 3\sqrt{3}}{48} r^3$ (cm <sup>3</sup> )	6		
配点合計			100		