4－西　数学

数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，７ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時10分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい。**

6　答えは解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

7　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の　の中を正確に塗りつぶしなさい。**

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\dfrac{2}{3\sqrt{3}}(1-2\sqrt{2})^2-2\sqrt{3}\div\dfrac{3}{3-\sqrt{2}}$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $x^2+0.3(2x-3)=\dfrac{4}{5}x(x+1)$ を解け。

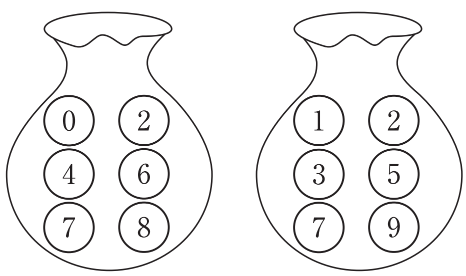
〔問3〕 右の**図1**のように，0，2，4，6，7，8の数が1つずつ書かれた6個のボールが入っている袋Aと，1，2，3，5，7，9の数が1つずつ書かれた6個のボールが入っている袋Bがある。

2つの袋A，Bから同時にそれぞれ1個のボールを取り出す。

袋Aから取り出されたボールに書かれた数を a，袋Bから取り出されたボールに書かれた数を b とするとき，$\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ が有理数となる確率を求めよ。

ただし，2つの袋A，Bそれぞれについて，どのボールが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図1



〔問4〕 a を整数とする。次の a を含む8個の整数の中央値をMとする。

a，25，26，27，30，31，32，35

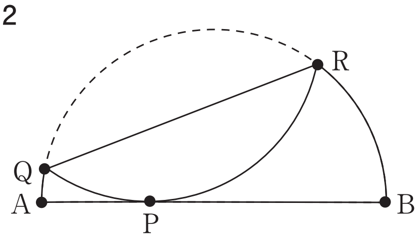
このとき，Mの取り得る値は何通りあるか。

〔問5〕 右の**図2**は，線分AB上の点をPとし，線分ABを直径とする半円を，折り返した弧と線分ABが点Pで接するように1回だけ折り，できた折り目を線分QRとしたものである。

解答欄に示した図をもとにして，線分QRを定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2

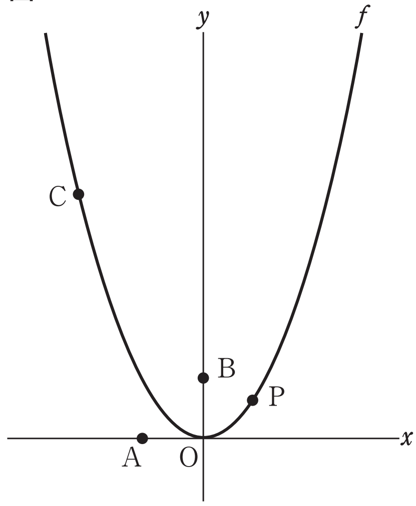


2　右の**図1**で，点Oは原点，点Aの座標は（-1，0），点Bの座標は（0，1）であり，曲線fは関数$y = x^2$のグラフを表している。

2点C，Pはともに曲線f上にあり，点Cのx座標は-2，点Pのx座標はt（$t > -1$）である。

点Oから点（$1, 0$）までの距離，および点Oから点（$0, 1$）までの距離をそれぞれ1 cmとして，次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕　$t = \dfrac{3}{2}$のとき，2点C，Pの間の距離は何cmか。

〔問2〕　右の**図2**は，**図1**において，点Aと点P，点Pと点B，点Bと点C，点Cと点Aをそれぞれ結んだ場合を表している。

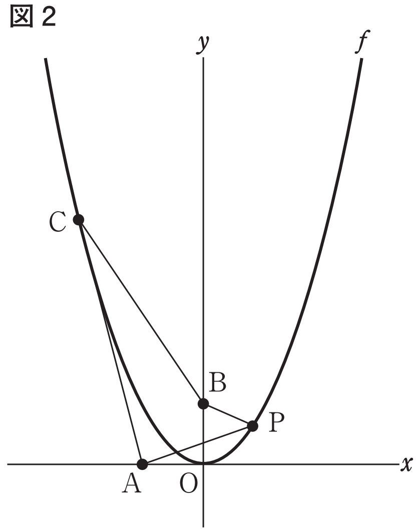
このとき，線分AP，線分PB，線分BC，線分CAで作られる図形を**D**とする。

次の(1)，(2)に答えよ。

(1)　図形**D**が三角形となるとき，tの値を全て求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

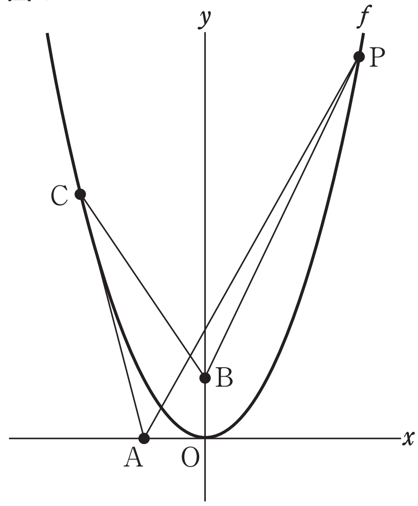
図2



(2)　右の**図 3** は，**図 2** において，図形**D**が 2 つの三角形からなる場合を表しており，この 2 つの三角形の面積の和を図形**D**の面積とする。

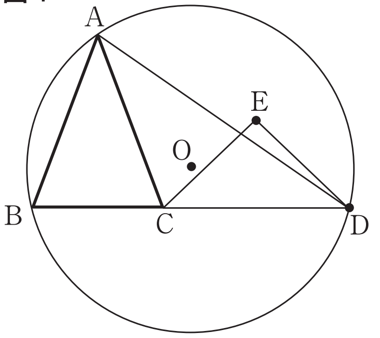
　$t = 3$ のとき，図形**D**の面積は何 cm^2 か。

図 3



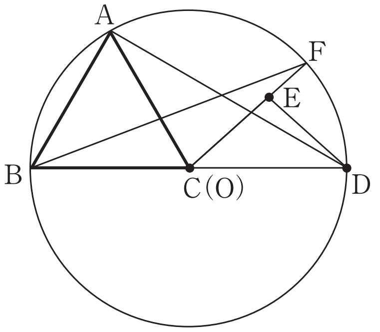
3 右の**図 1** で，△ABC は，AB = AC の二等辺三角形である。
点 D は，線分 BC を C の方向に延ばした直線上にある点である。
頂点 A，頂点 B，点 D を通る円を円 O とする。
点 E は，円 O の内部または円周上の点で，直線 BC について頂点 A と同じ側にあり，2 点 C，D からの距離が等しい点である。
点 A と点 D，点 C と点 E，点 D と点 E をそれぞれ結ぶ。
次の各問に答えよ。

図 1



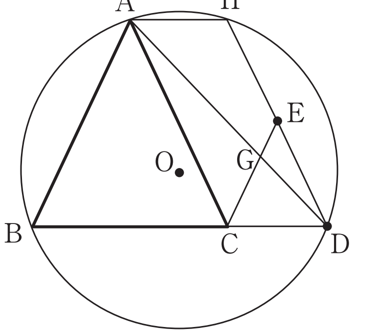
〔問 1〕 右の**図 2** は，**図 1** において，点 E が円 O の内部にあり，頂点 C が点 O に一致するとき，線分 CE を E の方向に延ばした直線と円 O との交点を F とし，頂点 B と点 F を結んだ場合を表している。
AC：CE $=\sqrt{2}$：1 のとき，∠ABF の大きさは何度か。

図 2



〔問 2〕 右の**図 3** は，**図 1** において，点 E が円 O の内部にあり，BC：CD = 2：1，∠BAC = ∠CED となるとき，線分 AD と線分 CE との交点を G，線分 DE を E の方向に延ばした直線と円 O との交点を H とし，頂点 A と点 H を結んだ場合を表している。
四角形 ABDH と△GCD の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

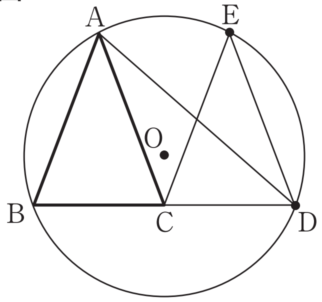
図 3



〔問 3〕　右の**図 4** は，**図 1** において，BC ＝ CD，∠BAC ＝∠CED となる場合を表している。

点 E は，円 O の周上にあることを証明せよ。

図 4



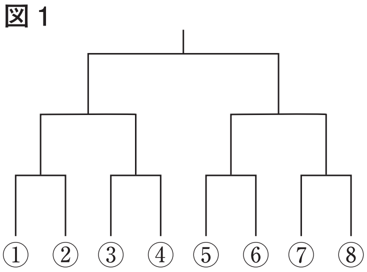
4 A組，B組，C組，D組，E組，F組，G組，H組の８クラスが，種目１，種目２，種目３の３種目でクラス対抗戦を行う。全クラスが，３種目全てに参加し，３種目それぞれで優勝クラスを決める。各生徒は，３種目のうちいずれか１種目に出場することができる。

次の各問に答えよ。

〔問１〕 種目１，種目２は，８クラスが抽選で右の**図１**の①，②，③，④，⑤，⑥，⑦，⑧のいずれかの箇所に入り，①と②，③と④，⑤と⑥，⑦と⑧の４試合を１回戦，１回戦で勝った４クラスが行う２試合を準決勝，準決勝で勝った２クラスが行う１試合を決勝とし，決勝で勝ったクラスが優勝となる勝ち残り式トーナメントで試合を行い，優勝を決める。

次の(1)，(2)に答えよ。

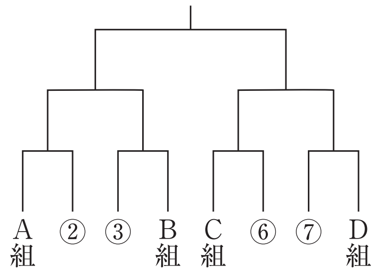
図１



(1) 右の**図２**は，**図１**において，A組が①，B組が④，C組が⑤，D組が⑧の箇所に入った場合を表している。

図２において，１回戦の試合の組み合わせは全部で何通りあるか。

図２



(2) 種目１，種目２の試合は，それぞれ１会場で１試合ずつ行い，最初の試合は同時に始めるものとする。

種目１と種目２の試合が，次の**【条件】**を満たすとき，種目１の１試合の試合時間は何分か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

【条件】

［1］（種目１の１試合の試合時間）：（種目２の１試合の試合時間）＝２：３である。

［2］種目１，種目２とも，試合と試合の間を５分あけ，最初の試合が始まってから決勝までの全ての試合を続けて行う。

［3］種目２の５試合目が終了するとき，同時に種目１の決勝が終了する。

〔問 2〕　種目 3 では，各クラス 4 人が 1 周 200m のトラックを，走る順番ごとに決められた周回数を走り，次の人にタスキを渡す駅伝を行い，優勝を決める。

右の**表 1** は，第 1 走者，第 2 走者，第 3 走者が走る周回数を表している。

表 1

	第 1 走者	第 2 走者	第 3 走者
周 回 数（周）	10	6	9

B 組が，種目 3 に出場する各クラスの選手の速さや走る順番を分析したところ，A 組が優勝候補であった。

右の**表 2** は，B 組が A 組に勝つ方法を考えるために，A 組，B 組の第 1 走者，第 2 走者，第 3 走者の速さをまとめたもので，a には，B 組の第 2 走者の速さがあてはまる。

表 2

	第 1 走者	第 2 走者	第 3 走者
A 組（m/min）	250	240	250
B 組（m/min）	240	a	240

A 組，B 組の第 4 走者の速さを調べると，B 組の第 4 走者が不調のときでも，第 3 走者から第 4 走者に**【時間差 1】**でタスキを渡せば，B 組は逃げ切って A 組に勝て，B 組の第 4 走者が好調なときは，第 3 走者から第 4 走者に**【時間差 2】**でタスキを渡せば，B 組は逆転で A 組に勝てる。

B 組の第 3 走者が，**【時間差 1】**から**【時間差 2】**までの時間差で第 4 走者にタスキを渡すための B 組の第 2 走者の速さ a の値の範囲を，不等号を使って $\boxed{} \leqq a \leqq \boxed{}$ で表せ。

【時間差 1】

A 組が第 3 走者から第 4 走者にタスキを渡すより 12 秒早く B 組が第 3 走者から第 4 走者にタスキを渡す。

【時間差 2】

A 組が第 3 走者から第 4 走者にタスキを渡すより 18 秒遅く B 組が第 3 走者から第 4 走者にタスキを渡す。

＊受検番号欄は裏面にもあります。

(4－西)

解答用紙　数　学

受	検	番	号			
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

マーク・解答上の注意事項

1　受検番号欄は、ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って、◯ の中を正確に塗りつぶすこと。

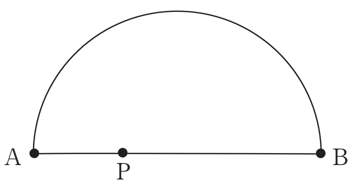
2　記入した内容を直すときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。

3　決められた欄以外にマークしたり、記入したりしないこと。

良い例	悪い例
●	線　小さい　はみ出し　丸囲み　レ点　うすい

1

〔問 1〕	
〔問 2〕	
〔問 3〕	
〔問 4〕	通り
〔問 5〕	



2

〔問 1〕		cm
〔問 2〕	(1)	【　途中の式や計算など　】

（答え）　$t =$

〔問 2〕	(2)	cm^2

解答用紙　数学

受検番号						

3

〔問 1〕	度
〔問 2〕	四角形 ABDH：△ GCD ＝　　：
〔問 3〕	【 証　明 】

4

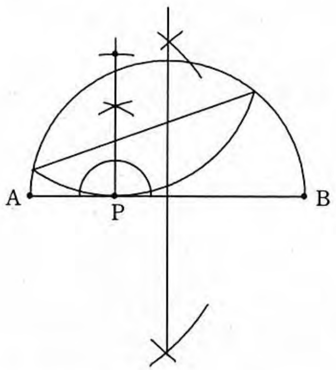
〔問 1〕	(1)	通り
〔問 1〕	(2)	【 途中の式や計算など 】 （答え）　　分
〔問 2〕		$\leqq a \leqq$

正答表

数　　学

1

1		点
〔問 1〕	$-\dfrac{2\sqrt{6}}{9}$	5
〔問 2〕	$x=\dfrac{1\pm\sqrt{19}}{2}$	5
〔問 3〕	$\dfrac{11}{36}$	5
〔問 4〕	5　通り	5
〔問 5〕解答例		5



2

2			点
〔問 1〕		$\dfrac{7\sqrt{5}}{4}$　cm	7
〔問 2〕解答例	(1)	【　途中の式や計算など　】	10

図形Dが三角形となる場合は，次の[1]と[2]に限られる。

[1] $-1<t<0$で，3点A，P，Bがこの順に一直線上に並ぶとき

[2] $0<t<1$で，3点C，B，Pがこの順に一直線上に並ぶとき

[1]のとき　直線ABの式を$y=ax+b$とする。

点Bを通るので，$b=1$ …①

点Aを通るので，$-a+b=0$ …②

①，②より，$a=1$，$b=1$

よって，直線ABの式は，$y=x+1$

点P(t, t^2)は直線AB上にあるので，$t^2=t+1$

よって，$t^2-t-1=0$を解の公式を用いて解くと

$$t=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$-1<t<0$ より　$t=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

[2]のとき　[1]と同様にして，直線CBの式は$y=-\dfrac{3}{2}x+1$

点P(t, t^2)は直線CB上にあるので，$t^2=-\dfrac{3}{2}t+1$

よって，$2t^2+3t-2=0$を解の公式を用いて解くと

$$t=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}=\frac{-3\pm\sqrt{25}}{4}=\frac{-3\pm5}{4}$$

$0<t<1$ より　$t=\dfrac{1}{2}$

[1]，[2]より，求めるtの値は　$t=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$，$\dfrac{1}{2}$

（答え）$t=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$，$\dfrac{1}{2}$

〔問 2〕	(2)	$\dfrac{25}{6}$　cm^2	8

3

3		点
〔問 1〕	37.5　度	7
〔問 2〕	四角形ABDH：△GCD＝12：1	8
〔問 3〕解答例	【　証　明　】	10

△ABCと△ECDにおいて，

仮定より　BC＝CD……①

∠BAC＝∠CED……②

△ABCは二等辺三角形なので，∠ABC＝∠ACB……③

△ECDは二等辺三角形なので，∠ECD＝∠EDC……④

②，③，④より，

∠ABC＝∠ACB＝∠ECD＝∠EDC……⑤

①，⑤より，

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABC≡△ECD

合同な図形の対応する辺の長さは等しく，

△ABCと△ECDは二等辺三角形なので，

AB＝AC＝EC＝EDとなる。

したがって，AB＝ED……⑥

点Bと点Eを結ぶ。

△ABDと△EDBにおいて，

⑤より，∠ABD＝∠EDB……⑦

共通なので，BD＝DB……⑧

⑥，⑦，⑧より，

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABD≡△EDB

合同な図形の対応する角の大きさは等しいので，

∠BAD＝∠DEB

点Aと点Eは，直線BDについて同じ側にあるので，

円周角の定理の逆より，点Eは，円Oの周上にある。

4

4			点
〔問 1〕	(1)	24　通り	7
〔問 1〕解答例	(2)	【　途中の式や計算など　】	10

種目1の試合時間をx分，

種目2の試合時間をy分とする。

条件[1]より，$x:y=2:3$

よって，$3x=2y$ …①

条件[2]より，

種目1の決勝が終了するまでかかる時間は，

$7x+5\times6=7x+30$ …②

種目2の5試合目が終了するまでかかる時間は，

$5y+5\times4=5y+20$ …③

条件[3]，②，③より，

$7x+30=5y+20$ …④

①，④より，$x=20$

したがって，種目1の試合時間は20分

（答え）　20　分

〔問 2〕	$\dfrac{1800}{7}\leqq a\leqq 288$	8