

2022年度

数 学

◆ 注 意

- ◎ 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
- ◎ 指示がある場合は途中の考え方や式も記入しなさい。
- ◎ 円周率は π を用いなさい。
- ◎ 問題の図は正確とは限りません。

1 次の問いに答えよ。

(1) $-7^2 + (-2)^2 + 4^2 + (-7)^2 - 2^2 - (-4)^2$ を計算せよ。

(2) $\sqrt{5}(3\sqrt{3}-2) - \sqrt{45}(3+\sqrt{3}) + \frac{10}{\sqrt{20}}$ を計算せよ。

(3) 方程式 $3 - \frac{x-5}{12} = 0.25(3x+2)$ を解け。

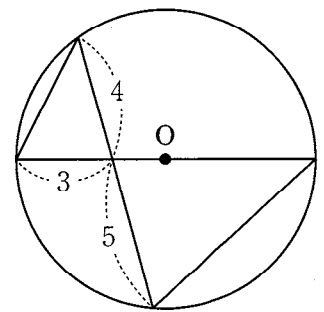
(4) $4x^2 - 24xy + 36y^2$ を因数分解せよ。

(5) $x = 4 - \sqrt{2022}$ のとき、 $x^2 - 8x + 15$ の値を求めよ。

(6) $\sqrt{150n}$ が2桁の整数となるような自然数 n は何個あるか。

(7) 大小2つのさいころを投げ、出た目の和を考える。出た目の和が となる確率が最も大きく、その確率は である。ア、イに当てはまる数を求めよ。

(8) 右の図において、点 O は円の中心である。
この円の半径を求めよ。



2 あるスーパーマーケットでは、毎年節分の日には、原価が x 円の「恵方巻き」を 200 本作り、定価 1000 円で販売している。

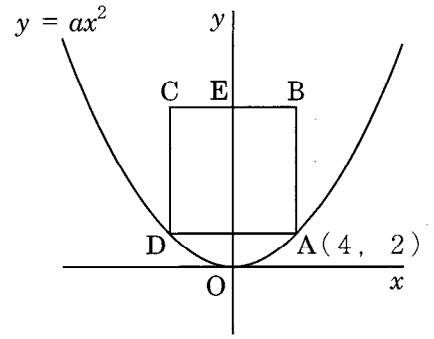
昨年の節分の日には、はじめは定価通りに恵方巻きを販売し、残りが y 本となったところで定価の半額で販売し、最終的に 20 本が売れ残った。恵方巻きの販売による利益は 94000 円であった。

今年は、事前に定価の 15 % 引きで予約販売を行い、20 本が売れた。節分の日当日は、はじめは定価通りに 100 本販売し、その後は定価の 30 % 引きで販売した。さらにその後、残りが $(y - 20)$ 本となったところで定価の半額で販売し、最終的に 4 本が売れ残った。恵方巻きの販売による利益は 97000 円であった。

次の問いに答えよ。

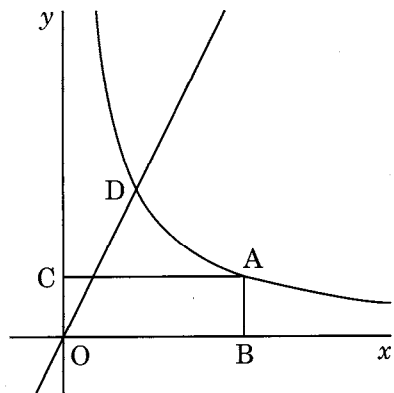
- (1) 昨年、定価通りに販売された恵方巻きの本数、半額で販売された恵方巻きの本数を、それぞれ y で表せ。
- (2) 今年、定価の 30 % 引きで販売された恵方巻きの本数、半額で販売された恵方巻きの本数を、それぞれ y で表せ。
- (3) x, y の値を求めよ。

- 3 右の図のように、放物線 $y = ax^2$ 上の2点 $A(4, 2)$, D を頂点とする正方形 $ABCD$ がある。ただし、点 B の y 座標は正で、辺 AB は y 軸に平行である。また、辺 BC と y 軸の交点を E とする。次の問いに答えよ。



- (1) a の値を求めよ。
- (2) 点 E の y 座標を求めよ。
- (3) 放物線上に2点 P, Q をとり、 P の x 座標は正、 Q の x 座標は負であるとする。四角形 $OPEQ$ がひし形となるときの P の座標を求めよ。
- (4) 正方形 $ABCD$ の周の長さを l_1 、面積を S_1 とし、(3) のひし形 $OPEQ$ の周の長さを l_2 、面積を S_2 とする。 l_1 と l_2 、 S_1 と S_2 の大小関係について正しいものを、次の①～⑨のうちから一つ選べ。
- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ① $l_1 < l_2, S_1 < S_2$ | ② $l_1 < l_2, S_1 = S_2$ | ③ $l_1 < l_2, S_1 > S_2$ |
| ④ $l_1 = l_2, S_1 < S_2$ | ⑤ $l_1 = l_2, S_1 = S_2$ | ⑥ $l_1 = l_2, S_1 > S_2$ |
| ⑦ $l_1 > l_2, S_1 < S_2$ | ⑧ $l_1 > l_2, S_1 = S_2$ | ⑨ $l_1 > l_2, S_1 > S_2$ |

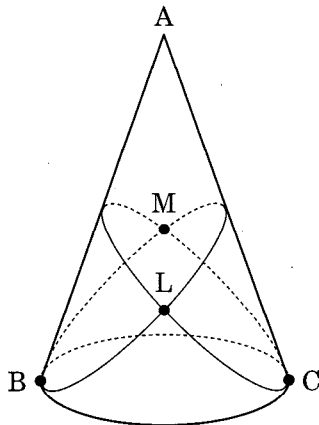
- 4 右の図のように、反比例 $y = \frac{12}{x}$ ($x > 0$) のグラフ上に点 A, x 軸上に点 B, y 軸上に点 C をとり、長方形 OBAC をつくる。また、このグラフと直線 $y = 2x$ との交点を D とする。次の問いに答えよ。



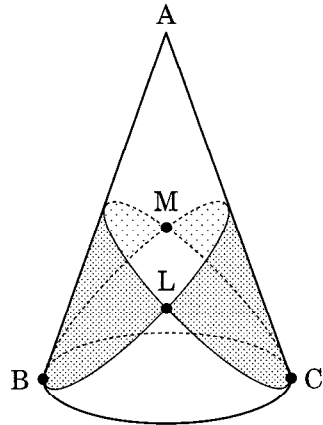
- (1) 長方形 OBAC の面積を求めよ。
- (2) 点 D の座標を求めよ。
- (3) 三角形 OAD の面積が長方形 OBAC の面積の半分となるときの点 A の x 座標を求めよ。ただし、(点 A の x 座標) > (点 D の x 座標) とする。途中の考え方や式も記入すること。

5 (図1) のような、底面の円の直径 BC が4、母線 AB の長さが6の円錐がある。点 B から円錐の側面に沿って点 B まで、糸の長さが最も短くなるように赤い糸を1周巻きつけた。同様に、点 C から円錐の側面に沿って点 C まで、糸の長さが最も短くなるように青い糸を1周巻きつけた。2本の糸の2つの交点を L 、 M とする。次の問いに答えよ。

- (1) 赤い糸の長さを求めよ。
- (2) 赤い糸のうち、点 L から母線 AC を通り点 M までの部分の長さを求めよ。
- (3) 円錐の側面のうち、2本の糸で囲まれた部分 ((図2) の影をつけた部分) の面積を求めよ。



(図1)



(図2)

| | | | | | | | | | |
|----------|-----|------|-----|---------------|-------|-------------------|-----|---------------|-----|
| 1 各4点 | (1) | 0 | (2) | $-10\sqrt{5}$ | (3) | $x = \frac{7}{2}$ | (4) | $4(x-3y)^2$ | |
| | (5) | 2021 | (6) | 3 個 | (7) ア | 7 | イ | $\frac{1}{6}$ | (8) |

32点

| | | | | | | | | |
|------------------------------|-----------|-----------|---|----|----------|---|----------|-----------|
| (1) 各3点 (2) 各3点 (3) 5点 | (1) 定価通り | $(200-y)$ | 本 | 半額 | $(y-20)$ | 本 | (3) | $x = 330$ |
| | (2) 30%引き | $(100-y)$ | 本 | 半額 | $(y-24)$ | 本 | $y = 60$ | |

17点

| | | | | |
|--------------------------------------|-----|----------------------------------|-----|----------|
| (1) 4点 (2) 4点 (3) 5点 (4) 5点 | (1) | $a = \frac{1}{8}$ | (2) | $y = 10$ |
| | (3) | $P \left(2\sqrt{10}, 5 \right)$ | (4) | ③ |

18点

| | | | | | |
|---|-----|--|-----|--|-----|
| (1) 5点 (2) 5点 (3) 8点 | (1) | 12 | (2) | $D \left(\sqrt{6}, 2\sqrt{6} \right)$ | |
| | (3) | <p>△OADの面積が長方形OBACの面積12の半分となるのは、 △OAD=6のときである。 ここで、点Dからx軸に下ろした垂線の足をEとすると、 △OED=6であるから、OD//EAとなる点Aが題意の点である。 Aのx座標をtとすると、直線EAの傾きが2であることから $AB=2EB=2(t-\sqrt{6})$ 長方形OBACの面積は12であるから $t \times 2(t-\sqrt{6})=12$ 整理して $t^2-\sqrt{6}t-6=0$ これを解いて $t = \frac{\sqrt{6} \pm \sqrt{30}}{2}$ $t > \sqrt{6}$ より $t = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{30}}{2}$ よって、点Aのx座標は $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{30}}{2}$</p> | | | (4) |
| <p>答. $x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{30}}{2}$</p> | | | | 18点 | |

| | | | | | | |
|----------|-----|-------------|-----|-------------|-----|-------------|
| 5 各5点 | (1) | $6\sqrt{3}$ | (2) | $2\sqrt{3}$ | (3) | $6\sqrt{3}$ |
|----------|-----|-------------|-----|-------------|-----|-------------|

15点

↓ここにシールを貼ってください↓

