高

令和４年度（2022年度）
高等学校入学試験問題

数　学

（60分）

注　意

「始め」の合図があるまでは問題を開いてはいけません。

1　「始め」という合図で始め，「やめ」という合図ですぐにやめなさい。
2　問題は１ページから６ページまでです。
3　解答を始める前に，まず，解答用紙に氏名を記入しなさい。次に，受験番号（５桁（けた））を記入し，下のマーク欄の ⬭ を塗りつぶしなさい。
4　解答は，記述式のみである。すべて解答用紙に記入しなさい。
5　質問や用があるときは，声を出さずに静かに手をあげなさい。
問題の内容についての質問は受け付けません。
6　分度器，定規，コンパス，計算機類の使用は認めません。

7　円周率は，π を用いなさい。
8　答えに根号が含まれるときは，根号の中は最も小さい正の整数にしなさい。
また，分母に根号が含まれるときは，分母に根号を含まない形にしなさい。

1　次の問いに答えよ。

(1)　$\dfrac{\sqrt{14}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \times (\sqrt{21}-3)$ を計算せよ。

(2)　連立方程式 $\begin{cases} 3a+2b=-1 \\ 4a+3b=1 \end{cases}$ を解け。

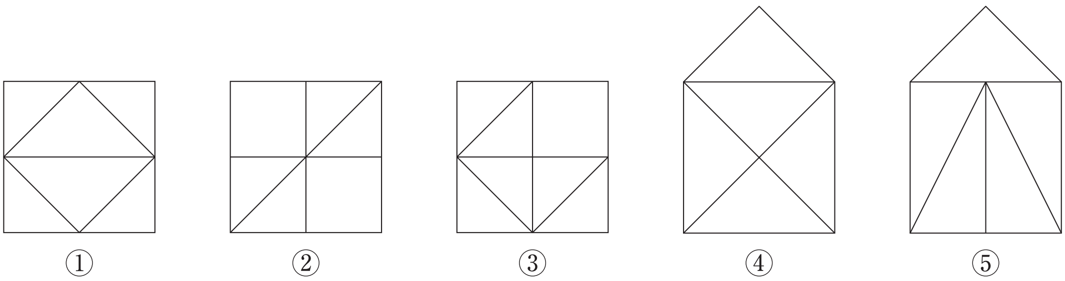
(3)　x^2-y^2+4y-4 を因数分解せよ。

(4)　次の①～⑥の不等式の中で，**正しいものを１つ**選べ。

①　$2\sqrt{7}<\dfrac{9}{\sqrt{3}}<5.2$　　②　$5.2<2\sqrt{7}<\dfrac{9}{\sqrt{3}}$　　③　$\dfrac{9}{\sqrt{3}}<2\sqrt{7}<5.2$

④　$2\sqrt{7}<5.2<\dfrac{9}{\sqrt{3}}$　　⑤　$5.2<\dfrac{9}{\sqrt{3}}<2\sqrt{7}$　　⑥　$\dfrac{9}{\sqrt{3}}<5.2<2\sqrt{7}$

(5)　次の①～⑤の図形の中で，一筆がきが**可能なものをすべて**選べ。ただし，一筆がきとは，かき始めからかき終わりまで，筆を紙からはなさず，また同じ線上を通らずにかくことである。



(6)　A，B，C，D，Eの５人が冬休みの宿題を同じ日に始めた。５人の宿題を終えた日について次のア～カのことが分かっている。

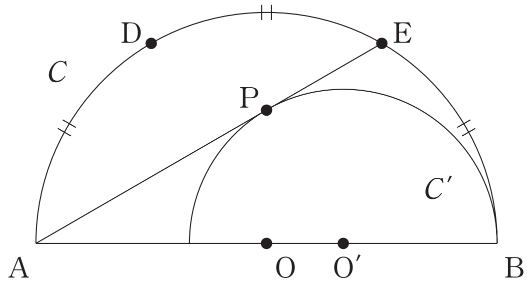
ア　BはAより３日遅かった。
イ　DとBは５日違いだった。
ウ　BはCより２日早く終えた。
エ　DとEは４日違いだった。
オ　CとEは３日違いだった。
カ　同じ日に宿題を終えた者はいなかった。

このとき，次の①～⑤の説明文の中で，**正しいものを１つ**選べ。

（説明文）

①　一番早く宿題を終えたのはAである。
②　５人が宿題を終えた日は２日間隔で並んでいる。
③　BはEより宿題を終えるのが１日遅かった。
④　Eは５人の中で一番遅く宿題を終えた。
⑤　DはAより１日早く宿題を終えた。

(7) 右の図のように，中心がOで線分ABを直径とする半円 C をかき，弧ABを3等分するように2点D，Eをとる。次に，線分AB上にO′をとり，半径がO′Bである半円 C' をかくと，C' は線分AEに点Pで接した。このとき，次の問いに答えよ。



(i) $\angle \mathrm{PO'A}$ の大きさを求めよ。

(ii) $\mathrm{AE} = 3\sqrt{3}$ のとき，2つの半円の中心間の長さOO′を求めよ。

(8) **図1**のように，3種類の模様の異なる紙が3層にまかれたトイレットペーパーがある。その3つの部分を外側から順にA，B，Cとおく。A，B，Cのうち，長さが一番長い模様の部分を考えたい。太郎くんと花子さんの会話の中の $\boxed{}$ に当てはまる記号をA，B，Cから1つ答えよ。

花子：紙の厚さが一定なので，長さが一番長い模様の部分は，体積が一番大きくなるね。

太郎：高さが同じなので，平面で考えよう。外側から内側にかけて層が厚くなっているように見えるから，Cの部分が一番長いと思うな。

花子：そうかしら。中心に近いほど半径が小さくなるよ。円の半径がわかれば求めることができるけど，このドーナツ型の図形は中心がどこにあるかすぐにはわからないわ。

太郎：**図2**のように，外側の円と内側の円に挟まれた部分の面積を求めればいいんだよね。求めたい面積は $\pi x^2 - \pi y^2$ だね。

花子：**図3**のように，内側の円に接する直線を考えて，外側の円との交点の長さは『ものさし』を使って測ってみると，A，B，Cの順に7.2 cm，9.0 cm，7.8 cmになったよ。中心がわからなくても，三平方の定理を利用すればA，B，Cの中で，一番長い模様の部分は $\boxed{}$ とわかったね。

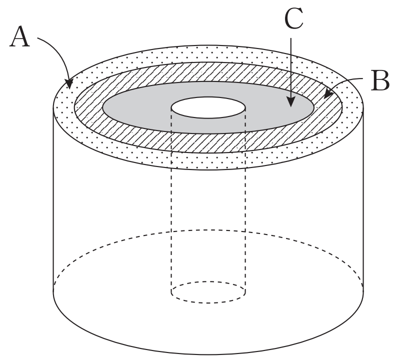


図1

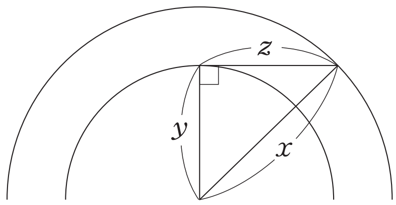


図2

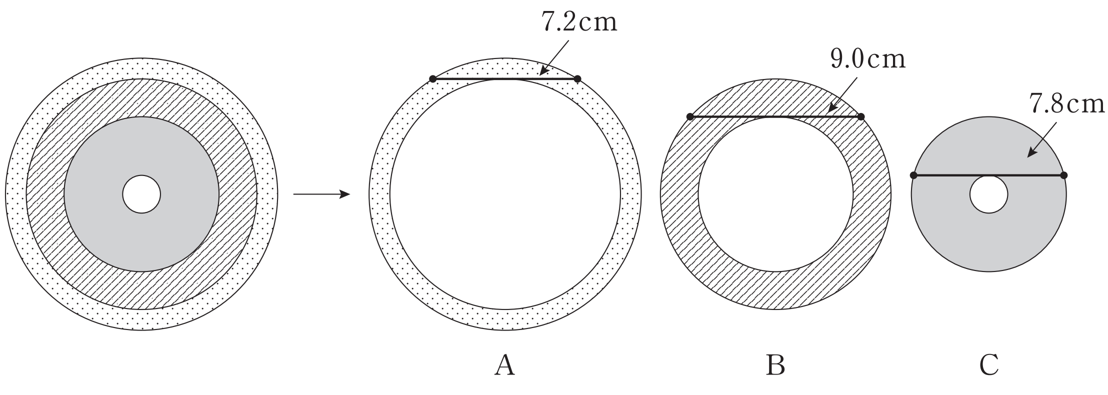


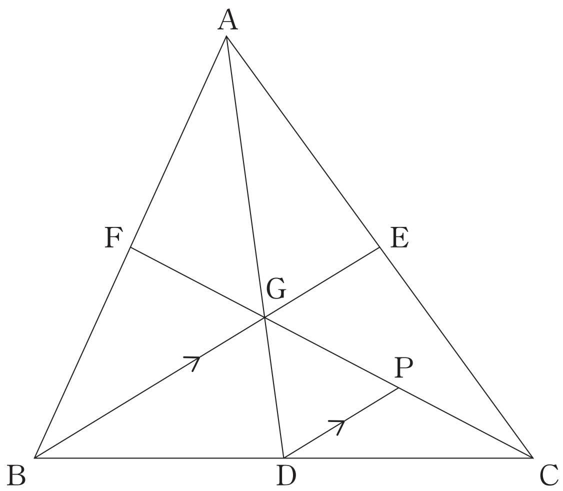
図3

2　図のように，鋭角三角形 ABC がある。辺 BC，CA，AB の中点をそれぞれ D，E，F とおく。直線 AD，BE，CF は 1 点で交わっており，その点を G とする。点 D を通り，直線 BE と平行な直線と，直線 CF の交点を P とおく。三角形 ABC の面積を S とするとき，以下の問いに答えよ。

(1)　CP : PG を最も簡単な整数比で答えよ。

(2)　三角形 GDP の面積を S を用いて表せ。

(3)　線分 AD，BE，CF を 3 辺にもつ三角形の面積を T とする。T を S を用いて表せ。



$\boxed{3}$ 箱の中に，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$ の5枚のカードが入っている。この箱の中から3枚を取り出し，取り出した順番に一の位，十の位，百の位として3桁の整数を作る。

⑴　作られる3桁の整数は全部で何通りあるか。

⑵　作られる3桁の整数が500より大きくなる確率を求めよ。

⑶　作られる3桁のすべての整数の平均値を求めよ。

4 先生とAくん，Bさんの会話文の中の，$\boxed{}$ に当てはまる値を求めよ。なお，会話文中に $\boxed{\textbf{ア}}$ が2度以上現れる場合，原則として，2度目以降は，$\boxed{ア}$ のように細字で表記している。

先生：今日は，2次方程式とグラフの関係について学びましょう。まず，次の方程式を解いてください。

$$2\text{次方程式}\quad x^2 = 2x+3 \quad \cdots ①$$

Aくん：①の解は，$x = \boxed{\textbf{ア}}$，$\boxed{\textbf{イ}}$ です。（ただし，$\boxed{ア} < \boxed{イ}$ とする）

先生：その通りです。次に，2次方程式の左辺と右辺から，2つの関数

$$y = x^2 \quad \cdots ②, \qquad y = 2x+3 \quad \cdots ③$$

をつくってみましょう。

Bさん：$y = x^2$ は放物線，$y = 2x+3$ は直線を表しますね。

先生：そうですね。それでは，②，③のグラフの交点の座標を求めてみてください。

Aくん：$\left(\boxed{ア}, \boxed{\textbf{ウ}}\right)$ と $\left(\boxed{イ}, \boxed{\textbf{エ}}\right)$ になりました。

Bさん：方程式の解と交点の x 座標の値が同じですね。

Aくん：そうだね。交点を求めるときにつくった方程式が，①の式そのものだもんね。

先生：2人とも，良いところに気付きましたね。実は，

$$2\text{次方程式}\quad x^2 = ax+b \quad \cdots ④$$

の解は，

$$y = x^2 \quad \cdots ⑤ \qquad y = ax+b \quad \cdots ⑥$$

の交点の x 座標と一致します。

逆に，⑤と⑥の交点の x 座標が，方程式④の解になることがわかりますね。このことを応用してみましょう。

問題1

2次方程式 $x^2-ax-2=0$ の解の1つが $1 \leqq x \leqq 2$ の範囲にあるためには，a がどのような範囲にあれば良いでしょうか。

Aくん：$y = x^2$，$y = ax+2$ とおいて，$1 \leqq x \leqq 2$ の範囲で交点をもつ条件を調べればいいんだよね。$y = ax+2$ と y 軸との交点は $(0,\ 2)$ なので，傾き a に着目すると，a が $\boxed{\textbf{オ}} \leqq a \leqq \boxed{\textbf{カ}}$ のときに，$1 \leqq x \leqq 2$ の範囲で $y = x^2$ と $y = ax+2$ は交点をもつね。

先生：正解です。それでは次の問題はどうですか。

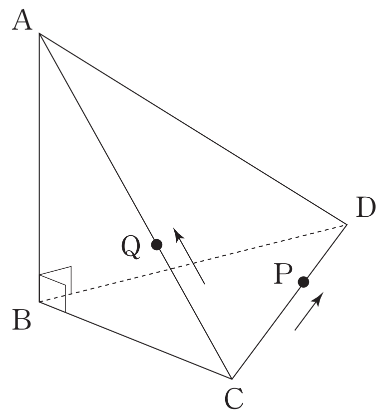
問題2

2次方程式 $x^2-ax-2=0$ の解が $-\sqrt{2} \leqq x \leqq -\dfrac{1}{2}$ と $1 \leqq x \leqq 2$ の範囲に1つずつあるためには，a がどのような範囲にあれば良いでしょうか。

Bさん：同様に考えて，$-\sqrt{2} \leqq x \leqq -\dfrac{1}{2}$ で方程式が解をもつ a の範囲を求め，問題1で求めた a の範囲とあわせれば $\boxed{\textbf{キ}} \leqq a \leqq \boxed{\textbf{ク}}$ になります。

先生：よくできましたね。高校に入学したら，方程式を解くためにグラフを利用することがあります。今日の考え方をしっかり覚えておいてください。

5 右の図のように，一辺の長さが3である正三角形BCDを底面とし，高さ $AB = 3\sqrt{3}$ である三角すいABCDがある。点Pは辺CD，DB上を，C→D→Bの順に，点Qは辺CA上を，C→Aにそれぞれ毎秒1の速さで移動して，それぞれB，Aで止まる。次の問いに答えよ。



(1) 三角すいABCDの体積 V_0 を求めよ。

(2) P, QがCを同時に出発して1秒後の三角すいBCPQの体積 V_1 を求めよ。

(3) P，QがCを同時に出発して t 秒後（$t > 1$）に，三角すいBCPQの体積が (2) の V_1 と等しくなった。このとき，t の値を求めよ。

令和４年度　早稲田佐賀高校解答

$\boxed{1}$ (1) $4\sqrt{3}$　(2) $a=-5,\ b=7$　(3) $(x+y-2)(x-y+2)$　(4) ⑥　(5) ①,③,④

(6) ③　(7) (ⅰ) ∠PO´A＝60°　(ⅱ) OO'＝1　(8) B

$\boxed{2}$ (1) CP:PG＝1:1　(2) △GDP＝$\frac{1}{12}S$　(3) T＝$\frac{3}{4}S$

$\boxed{3}$ (1) 60通り　(2) $\frac{1}{5}$　(3) 333

$\boxed{4}$ ｱ －1　ｲ 3　ｳ 1　ｴ 9　ｵ －1　ｶ 1　ｷ 0　ｸ 1

$\boxed{5}$ (1) $V_0=\frac{27}{4}$　(2) $V_1=\frac{3}{8}$　(3) $t=3+2\sqrt{2}$

＜お願い＞　自主解答につき，間違いがあればメールでお知らせください。