京都市立堀川高等学校
■■ 探究学科群 ■■

令和５年度前期選抜学力検査

検査３

時間：５０分

〔注意事項〕
1．指示があるまで始めてはいけません。
2．解答はすべて解答用紙の該当する欄に，正確に記入しなさい。
(1) 解答用紙の「受付番号」記入欄に，受付番号を正確に記入すること。
(2) 文字・数字・記号とも，丁寧に記入すること。
(3) 解答用紙には「受付番号」と「解答」以外を記入しないこと。
(4) 解答については次の指示に従うこと。
① 答えの分数が約分できるときは，約分すること。
② 答えが $\sqrt{\ }$ のある数になるときは，$\sqrt{\ }$ の中を最も小さな正の整数にすること。
③ 答えの分母が $\sqrt{\ }$ のある数になるときは，分母を有理化すること。
④ 円周率は π とすること。
3．計算や下書きをする場合は，問題用紙の余白を利用しなさい。
4．計算機能や翻訳・端末機能のある時計・スマートウォッチなどの機器は使用できません。
5．問題の内容に関する質問には答えません。
6．途中退室はできません。

令和５年２月１６日実施

【1】次の問いに答えなさい。

（1）$\left(-\frac{2}{5}xy^2\right)^3 \times 4xy \div \left(-\frac{8}{5}x^2y^5\right) = (Axy)^2$ が成り立つような A を求めなさい。

（2）A ～ J の 10 人の生徒に対してテストを実施したところ，得点は以下の表のようになった。
x，y は異なる自然数である。また，3 ヶ所の y には同じ数字が入る。
このとき，次の問いに答えなさい。

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5	x	y	1	y	8	5	2	1	y

（i）10 人の得点の平均値は 4.2 点 だった。x，y が満たす関係式を求めなさい。
（ii）さらに，10 人の得点の中央値は 5 点 だった。x，y の値を求めなさい。

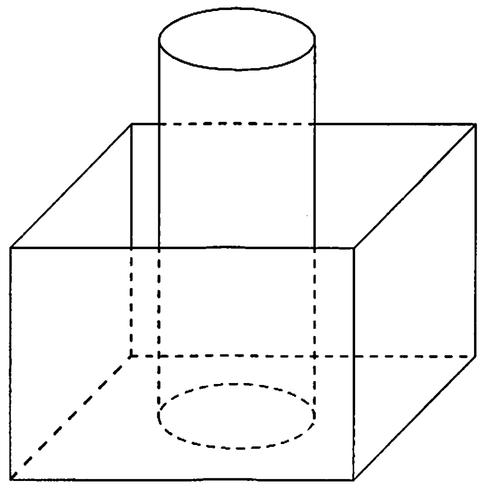
（3）$a^4+4b^4=(a^2+2ab+2b^2)(a^2-2ab+2b^2)$ が成り立つ。
10004 を素因数分解しなさい。

（4）自然数 N に対し，$《N》$ は自然数 N の桁数を表す。
例えば，$《3776》=4$，$《4\times30》=《120》=3$ である。
このとき，次の問いに答えなさい。
（i）$《x^3》=2$ を満たす自然数 x をすべて求めなさい。
（ii）$《x^2》\times《x^3》=6$ を満たす自然数 x をすべて求めなさい。

(5) 一辺の長さが6の正方形を底面とし，高さが4の直方体の容器Aと，容器Aの底面の対角線の長さの半分を円の直径とする円柱の容器Bがある。容器A，Bの厚みは考えない。

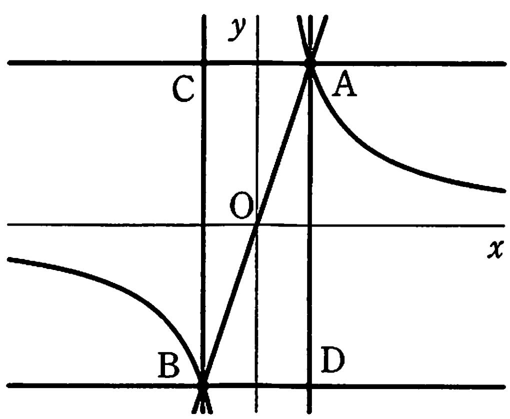
下図のように，容器Aの中に容器Bを置く。容器Bに水を静かに注ぎ，容器Bから水をあふれさせる。その後も容器Bに水を注ぎ続ける。あふれた水はすべて容器Aに入る。容器Aがいっぱいになったとき，水を注ぐのをやめる。容器A，Bに入っている水の体積の和は，容器Aの直方体としての体積のちょうど $\frac{5}{4}$ 倍となる。

このとき，容器Bの高さを求めなさい。なお，容器A，Bの底面どうしは常に接しているものとし，表面張力は考えない。



(6) $a>0$ とする。下図において，関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフと原点Oを通る直線の交点をA，Bとし，直線ACと直線BDは x 軸に平行で，直線ADと直線BCは y 軸に平行である。

長方形ACBDの面積が20であるとき，a の値を求めなさい。



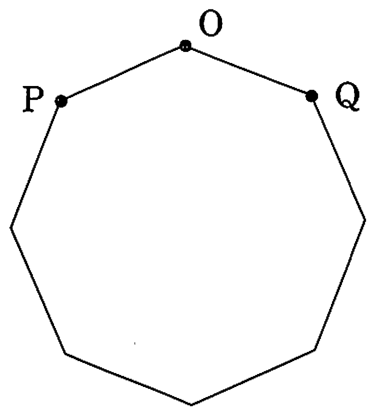
【2】下図のような正八角形において，はじめ 3 点 P，O，Q はこの順でとなり合っている。

0，2，3，5 のいずれかの数字が書かれた球がそれぞれ 1 つずつある。その 4 つの球が入った袋から球を 1 つ取り出し，そこに書かれた数字の分だけ点 P は反時計回りに頂点を移動する。取り出した球を袋に戻してから，もう一度球を 1 つ取り出し，そこに書かれた数字の分だけ点 Q は時計回りに頂点を移動する。

この操作を 1 回行うとき，次の問いに答えなさい。なお，どの球が取り出されるのも同様に確からしい。

（1） ∠POQ が鋭角になる確率を求めなさい。

（2） △POQ が直角三角形になる確率を求めなさい。



【3】$a>0$ とする。原点を O とする座標平面上で，放物線 $y=ax^2$ … ① と直線 $y=2x+4$ … ② について考える。放物線 ① と直線 ② の交点を A，B とし，点 B の x 座標は 2 で，点 A の x 座標は点 B の x 座標より小さい。

このとき，次の問いに答えなさい。

（1）a の値を求めなさい。

（2）線分 AB の長さを求めなさい。

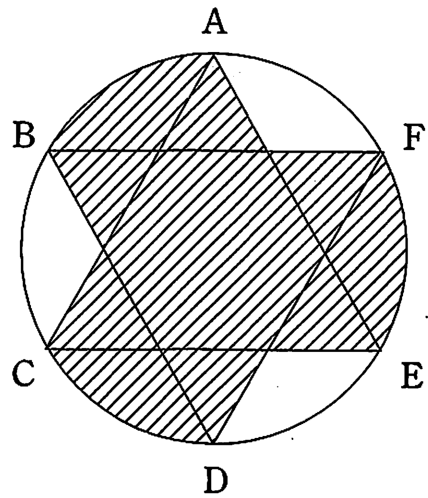
（3）点 B を通る x 軸と平行な直線と放物線 ① の交点で，点 B 以外のものを C とする。
直線 OC と直線 AB の交点を P とするとき，△OAB と △ABD の面積比が OP:PC となるような y 軸上の点 D の座標を求めなさい。

【４】すべての内角が 180° 未満の多角形について，次の問いに答えなさい。

（１）多角形の外角の和が 360° であることを説明しなさい。

（２）ちょうど 20 個の内角が鈍角になっている多角形がある。
このとき，多角形の頂点の個数は最大何個になるか答えなさい。

【5】下図の円の半径は 6 で，A，B，C，D，E，F は円周を 6 等分する点である。
このとき，斜線部の面積を求めなさい。



【6】100 人の生徒が円形に並んでおり，時計回りに 1 から順番に 100 までの番号札を 1 人 1 枚ずつ持っている。さらに，その円の内側に 100 人の生徒が円形に並んでおり，反時計回りに 1 から順番に 100 までの番号札を 1 人 1 枚ずつ持っている。
外側の生徒と内側の生徒が向き合い，正面にいる生徒とペアを組む。そのペアで 会話を 1 分間行う。その後，内側の生徒が反時計回りに 1 人分ずつ移動するという活動を繰り返す。
いま，この活動を開始して何分か経ち，ペアでの会話が行われている状態とする。
ペアは次のように表す。

外側の 1 番の生徒と会話している内側の生徒が a 番であることを $<a>$ と表す。
また，外側の x 番の生徒と内側の y 番の生徒のペアを $[x, y]$ と表す。
例えば，$<10>$ のときは，$[1, 10]$，$[2, 9]$，…，$[10, 1]$，$[11, 100]$，$[12, 99]$，…，$[100, 11]$ となる。

このとき，次の問いに答えなさい。

（1）$<25>$ であるとき，$3x-4y=0$ を満たす $[x, y]$ を答えなさい。
（2）$<a>$ であるとき，$xy=3445$ となる $[x, y]$ が存在するような a の値を求めなさい。
（3）$<36>$ であり，x の値より y の値の方が大きいとき，xy が 17 で割り切れるような $[x, y]$ が何組あるか答えなさい。

問題はここまでである。

令和5年度　探究学科群　前期選抜学力検査　検査3　解答用紙

解答欄

【1】	(1)		$A =$
	(2)	(i)	
		(ii)	$x =$ 　　　$y =$
	(3)		
	(4)	(i)	$x =$
		(ii)	$x =$
	(5)		
	(6)		$a =$
【2】	(1)		
	(2)		
【3】	(1)		$a =$
	(2)		AB $=$
	(3)		

学校使用欄

解答欄

【4】	(1)	(説明)
	(2)	個
【5】		
【6】	(1)	$[x, y] =$
	(2)	$a =$
	(3)	組

学校使用欄

受付番号						

2023年度 堀川高校探究学科群 解答例

■数学

【1】

(1)$A=\pm\frac{2}{5}$　(2)(ⅰ)$x+3y=20$　(ⅱ)$x=2$、$y=6$

(3)$2^2\times41\times61$

(4)(ⅰ)$x=3$、4　(ⅱ)$x=5$、6、7、8、9

(5)$4+\frac{8}{\pi}$　(6)$a=5$

【2】

(1)$\frac{11}{16}$　(2)$\frac{9}{16}$

【3】

(1)$a=2$　(2)$AB=3\sqrt{5}$　(3)$(0,-4)$、$(0,12)$

【4】

(1)1つの内角と外角の和は180°より、N角形の内角と外角の和は180°×N

N角形の内角の和は180°×(N-2)より、N角形の外角の和は、

180°×N-180°×(N-2)=360°

(2)23個

【5】

(1)$18\pi+18\sqrt{3}$

【6】

(1)$[x,y]=[72,54]$　(2)$a=17$　(3)5組