

令和5年度

京都市立西京高等学校エンタープライジング科 前期選抜学力検査

# 検査 4

( 数学の検査 )

## 解答上の注意

- 1 「始め」の指示があるまで、問題を見てはいけません。
- 2 問題は、この冊子の中にあります。
- 3 答案用紙に受付番号を書きなさい。氏名を書いてはいけません。
- 4 答えは、それぞれの問題に示してある【答の番号】と、答案用紙の【答の番号】とが一致するように注意して、答案用紙に記入しなさい。
- 5 答えは、丁寧に書きなさい。
- 6 答案用紙の採点欄には記入してはいけません。

- (注意) ① 答えの分数が約分できるときは、約分せよ。  
 ② 答えが $\sqrt{\quad}$ を含む数になるときは、 $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい正の整数にせよ。  
 ③ 答えの分母が $\sqrt{\quad}$ を含む数になるときは、分母を有理化せよ。  
 ④ 円周率を $\pi$ として計算せよ。

1 次の問い(1)～(6)に答えよ。

(1)  $-2023 \times 100 + 2022 \times 102 + 2021 \times 101 - 2020 \times 103$  を計算せよ。

..... 答の番号【1】

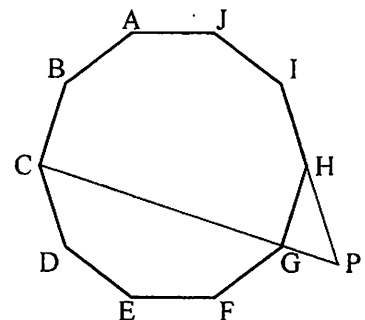
(2)  $x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{2}$ ,  $y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$  のとき、 $x^3y - 2x^2y^2 + xy^3$  の値を求めよ。

..... 答の番号【2】

(3) 2つの関数  $y = 3x^2$ ,  $y = ax + b$  における  $x$  の変域がともに  $-2 \leq x \leq 1$  であるとき、2つの関数の  $y$  の変域が一致するような定数  $a$ ,  $b$  の値を求めよ。ただし、 $a > 0$  とする。

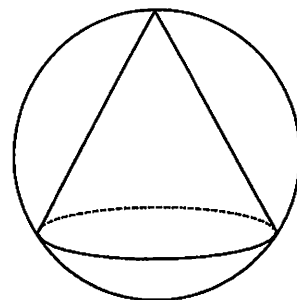
..... 答の番号【3】

(4) 正十角形 ABCDEFGHIJ において、直線 CG と直線 HI の交点を P とする。 $\angle CPI$  の大きさを求めよ。



..... 答の番号【4】

- (5) 図のように半径 6 の球の内部に母線の長さが 9 の円錐があり、その頂点と底面の周が球に接している。この円錐の高さを求めよ。



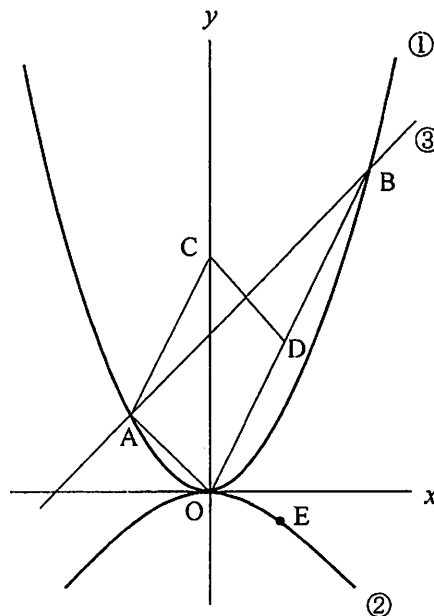
..... 答の番号【5】

- (6) 次の表は 20 人の生徒が 10 点満点のテストを受けた結果を表したもので、第 3 四分位数が 9、中央値が 7.5 であった。  $a, b, c$  の値を求めよ。

得点(点)	3	4	5	6	7	8	9	10
人数(人)	1	1	3	2	$a$	$b$	2	$c$

..... 答の番号【6】

2 図のように 2 つの放物線  $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{1}$  ,  $y = -\frac{1}{4}x^2 \cdots \textcircled{2}$  と直線  $y = x + 4 \cdots \textcircled{3}$  がある。点 O を原点とし、放物線①と直線③の交点を A, B とする。ただし、点 A の  $x$  座標は負である。点 C は  $y$  軸上の点で、点 D は線分 OB 上の点であり、四角形 OACD は平行四辺形である。また、点 E は放物線②上の点で、その  $x$  座標が点 D の  $x$  座標と等しい。次の問いに答えよ。



(1) 2 点 A, B の座標を求めよ。

..... 答の番号【7】

(2) 点 D の座標を求めよ。

..... 答の番号【8】

(3)  $y$  軸上に点 F をとるとき、線分の長さの和  $BF + FE$  の最小値を求めよ。

..... 答の番号【9】

3 大小2つのさいころを同時に投げるとき、大のさいころの出る目を  $a$ 、小のさいころの出る目を  $b$  とする。ただし、大小2つのさいころはともに、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。次の問いに答えよ。

(1)  $\frac{a}{b}$  が整数になる確率を求めよ。

..... 答の番号【10】

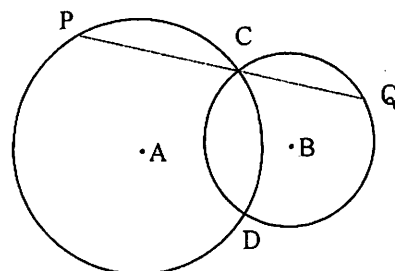
(2)  $ab + a + b + 1$  が奇数になる確率を求めよ。

..... 答の番号【11】

(3)  $3a - 2b - c = 0$  となるような自然数  $c$  が存在する確率を求めよ。ただし、 $1 \leq c \leq 6$  とする。

..... 答の番号【12】

4 図のように点 A が中心で半径が 10 の円 X と点 B が中心の円 Y があり、2 つの円は 2 点 C, D で交わっている。弦 CD の長さは  $5\sqrt{6}$  で、点 C における円 X の接線は点 B を通る。ここで点 C を通る直線が円 X, Y とそれぞれ 2 点で交わる时候を考える。直線と円 X の交点のうち点 C と異なるものを P とし、直線と円 Y の交点のうち点 C と異なるものを Q とする。次の問いに答えよ。



(1) AB の長さを求めよ。

..... 答の番号【13】

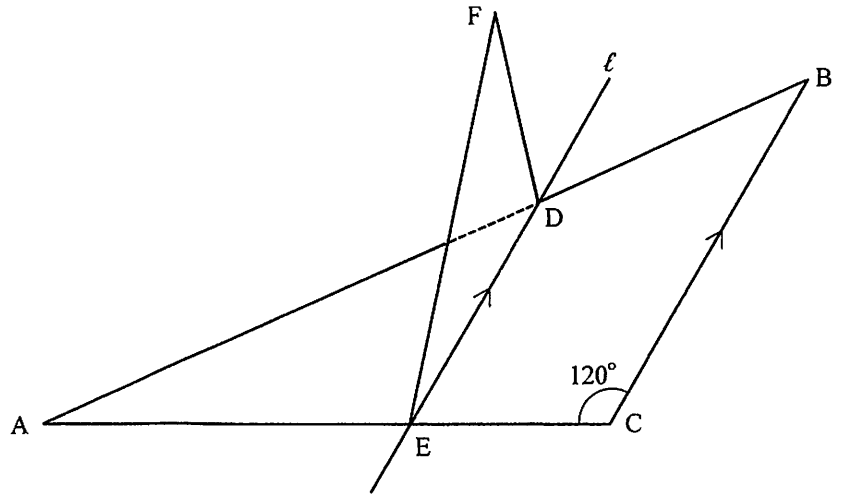
(2)  $PQ \parallel AB$  のとき、PQ の長さを求めよ。

..... 答の番号【14】

(3) 点 C が点 P と点 Q の間にあるとき、 $\angle PDQ$  はつねに直角であることを文章、式、図等を用いて説明せよ。

..... 答の番号【15】

- 5 図のように $\triangle ABC$ と直線 $\ell$ と $\triangle DEF$ がある。 $\triangle ABC$ は $AC=12$ ,  $BC=8$ ,  $\angle C=120^\circ$ の鈍角三角形で、直線 $\ell$ は辺 $BC$ に平行である。直線 $\ell$ と辺 $AB$ との交点を $D$ とし、直線 $\ell$ と辺 $AC$ との交点を $E$ とする。また、 $\triangle DEF$ は辺 $DE$ を1辺とする正三角形で、平面 $ABC$ に垂直である。次の問いに答えよ。



- (1)  $AE = 6$  のとき、 $\triangle DEF$ の面積を求めよ。

..... 答の番号【16】

- (2) 直線 $\ell$ を $AE = 6$  となるところから $AE = 9$  となるところまで辺 $BC$ に平行を保ったまま動かす。このときに $\triangle DEF$ が通過してできる立体の体積を求めよ。

..... 答の番号【17】

6  $n$  は 2 桁以上の自然数で、一の位が 0 でないものとする。 $n$  に対して、 $n$  の各桁の数の並びを逆にするという作業を「 $n$  の鏡数を作る」ということとする。例えば、25 の鏡数を作ると 52 となり、852 の鏡数を作ると 258 となり、1347 の鏡数を作ると 7431 となる。

また、 $n$  の鏡数と  $n$  を足し合わせた数を「 $n$  のペアリング数」といい、 $n$  のペアリング数を  $\langle n \rangle$  と表すこととする。例えば、25 のペアリング数は  $52+25=77$  であるから  $\langle 25 \rangle = 77$  となり、852 のペアリング数は  $258+852=1110$  であるから  $\langle 852 \rangle = 1110$  となる。次の問いに答えよ。

(1)  $\langle \langle 13 \rangle + 1 \rangle$  の値を求めよ。

..... 答の番号【18】

(2)  $m$  は 2 桁の自然数で、一の位が 0 でないものとする。 $\langle \langle m \rangle \rangle = 88$  となるような  $m$  をすべて求めよ。ただし、 $\langle m \rangle$  の一の位は 0 でないものとする。

..... 答の番号【19】

(3)  $m$  は 2 桁の自然数で、一の位が 0 でないものとする。まず、 $m$  のペアリング数をノートに記録する。さらにその数のペアリング数をノートに記録するという作業を繰り返す。記録される数が初めて 1000 を超えるまでこの作業を繰り返す。ただし、ペアリング数の一の位が 0 のときは、その数をノートに記録し、そこで作業を終了する。例えば、 $m=25$  のときはノートに「77, 154, 605, 1111」と記録され、 $m=14$  のときはノートに「55, 110」と記録される。作業を終えたとき、ノートに記録されたペアリング数の中に 363 が出てくるような  $m$  は全部で何個あるか答えよ。

..... 答の番号【20】



令和5年度 前期選抜学力検査 検査4 数学の検査 答案用紙

問題番号	答の番号	答の欄	採点欄		
1	(1)	【1】			
	(2)	【2】			
	(3)	【3】	$a = \quad , b = \quad$		
	(4)	【4】	$\angle CPI = \quad ^\circ$		
	(5)	【5】			
	(6)	【6】	$a = \quad , b = \quad , c = \quad$		
2	(1)	【7】	A ( $\quad , \quad$ ) , B ( $\quad , \quad$ )		
	(2)	【8】	D ( $\quad , \quad$ )		
	(3)	【9】			
3	(1)	【10】			
	(2)	【11】			
	(3)	【12】			

問題番号	答の番号	答の欄	採点欄		
4	(1)	【13】			
	(2)	【14】			
	(3)	【15】			
5	(1)	【16】			
	(2)	【17】			
6	(1)	【18】			
	(2)	【19】	$m = \quad$		
	(3)	【20】	個		

検査4	受付番号	
-----	------	--

得点	
----	--

2023年度 西京高校エンタープライジング科 解答例

■数学

【1】

(1)5 (2) $-\frac{5}{2}$  (3)a=4, b=8

(4) $\angle CPI=54^\circ$  (5) $\frac{27}{4}$  (6)a=3, b=4, c=4

【2】

(1)A(-2,2)、B(4,8) (2)D(2,4) (3) $3\sqrt{13}$

【3】

(1) $\frac{7}{18}$  (2) $\frac{1}{4}$  (3) $\frac{1}{3}$

【4】

(1) $4\sqrt{10}$  (2) $8\sqrt{10}$

(3)BCは円Xの接線より、 $\angle ACB=90^\circ$

円周角の定理より、

$$\angle QPD + \angle DQP = \frac{1}{2}\angle CAD + \frac{1}{2}\angle DBC = \angle CAB + \angle ABC$$

$$= 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$\triangle PDQ$ において、

$$\angle PDQ = 180^\circ - (\angle QPD + \angle DQP) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

【5】

(1) $4\sqrt{3}$  (2) $\frac{57}{2}$

【6】

(1)99 (2)m=13, 22, 31 (3)14個