受検番号	第　　　　番

令和５年度学力検査問題

数　学〔学校選択問題〕（10時35分～11時25分〈50分間〉）

注　意

1　解答用紙について

(1)　解答用紙は１枚で，問題用紙にはさんであります。

(2)　係の先生の指示に従って，所定の欄２か所に受検番号を書きなさい。

(3)　答えはすべて解答用紙のきめられたところに，はっきりと書きなさい。

(4)　解答用紙は切りはなしてはいけません。

(5)　解答用紙の※印は集計のためのもので，解答には関係ありません。

2　問題用紙について

(1)　表紙の所定の欄に受検番号を書きなさい。

(2)　問題は全部で５問あり，表紙を除いて10ページです。

(3)　問題用紙の余白を利用して，計算したり，図をかいたりしてもかまいません。

3　解答について

(1)　答えに根号を含む場合は，根号をつけたままで答えなさい。

(2)　答えに円周率を含む場合は，πを用いて答えなさい。

○　印刷のはっきりしないところは，手をあげて係の先生に聞きなさい。

1　次の各問に答えなさい。(44点)

(1)　$10xy^2 \times \left(-\frac{2}{3}xy\right)^2 \div (-5y^2)$　を計算しなさい。(4点)

(2)　$x=3+\sqrt{7}$，$y=3-\sqrt{7}$　のとき，x^3y-xy^3　の値を求めなさい。(4点)

(3)　2次方程式　$(5x-2)^2-2(5x-2)-3=0$　を解きなさい。(4点)

(4)　次のア～エの調査は，全数調査と標本調査のどちらでおこなわれますか。標本調査でおこなわれるものを二つ選び，その記号を書きなさい。(4点)

ア　ある河川の水質調査
イ　ある学校でおこなう健康診断
ウ　テレビ番組の視聴率調査
エ　日本の人口を調べる国勢調査

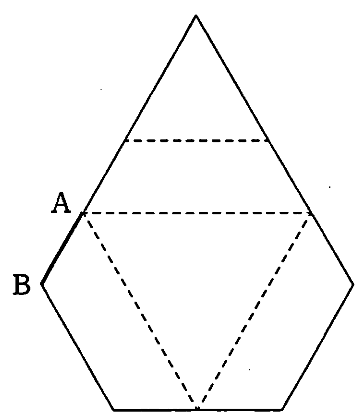
(5) 100 円硬貨 1 枚と，50 円硬貨 2 枚を同時に投げるとき，表が出た硬貨の合計金額が 100 円以上になる確率を求めなさい。

ただし，硬貨の表と裏の出かたは，同様に確からしいものとします。（4 点）

(6) 半径 7 cm の球を，中心から 4 cm の距離にある平面で切ったとき，切り口の円の面積を求めなさい。（4 点）

(7) 右の図はある立体の展開図で，これを組み立ててつくった立体は，3 つの合同な台形と 2 つの相似な正三角形が面になります。

この立体を V とするとき，立体 V の頂点と辺の数をそれぞれ求めなさい。また，立体 V の辺のうち，辺 A B とねじれの位置になる辺の数を求めなさい。（4 点）



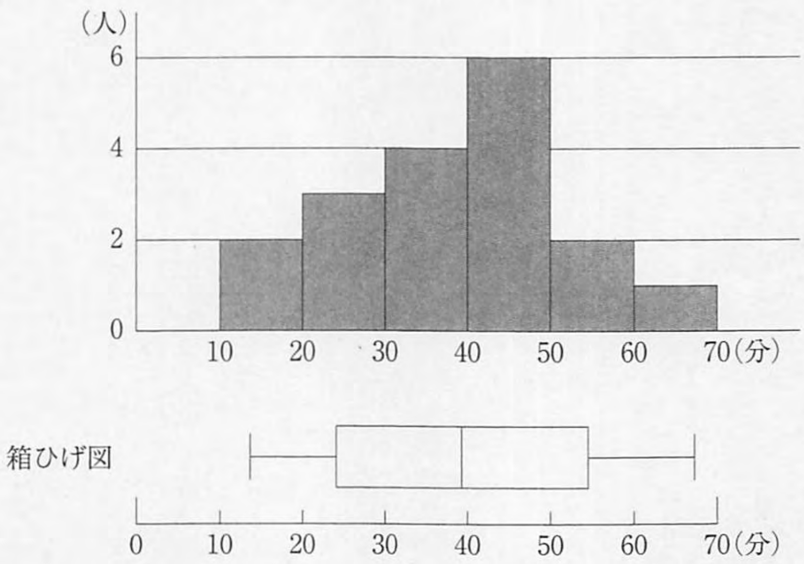
(8) ある3桁の自然数Xがあり，各位の数の和は15です。また，Xの百の位の数と一の位の数を入れかえてつくった数をYとすると，XからYを引いた値は396でした。十の位の数が7のとき，Xを求めなさい。（5点）

(9) 関数　$y=2x^2$　について，xの変域が　$a \leqq x \leqq a+4$　のとき，yの変域は　$0 \leqq y \leqq 18$　となりました。このとき，aの値をすべて求めなさい。（5点）

(10) 次の図は，18人の生徒の通学時間をヒストグラムに表したものです。このヒストグラムでは，通学時間が10分以上20分未満の生徒の人数は2人であることを表しています。

下の箱ひげ図は，このヒストグラムに対応するものではないと判断できます。その理由を，ヒストグラムの階級にふれながら説明しなさい。（6点）

図



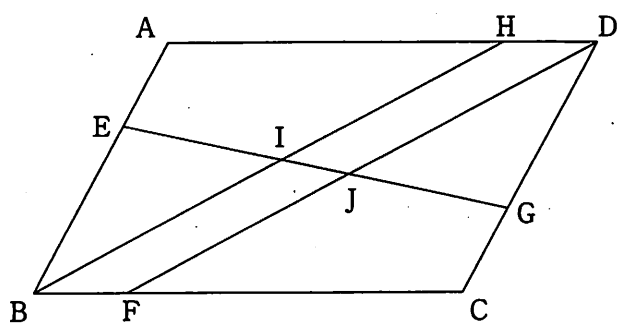
2 次の各問に答えなさい。（13点）

(1) 下の図の点Aは，北の夜空にみえる，ある星の位置を表しています。2時間後に観察すると，その星は点Bの位置にありました。北の夜空の星は北極星を回転の中心として1時間に15°だけ反時計回りに回転移動するものとしたときの北極星の位置を点Pとします。このとき，点Pをコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。（6点）

(2) 下の図のように，平行四辺形ABCDの辺AB，BC，CD，DA上に4点E，F，G，Hをそれぞれとり，線分EGとBH，DFとの交点をそれぞれI，Jとします。

AE＝BF＝CG＝DHのとき，△BEI≡△DGJであることを証明しなさい。（7点）



3 次は，先生とＡさん，Ｂさんの会話です。これを読んで，あとの各問に答えなさい。（９点）

先　生「次の表は，２以上の自然数nについて，その逆数$\dfrac{1}{n}$の値を小数で表したものです。これをみて，気づいたことを話し合ってみましょう。」

n	$\dfrac{1}{n}$の値
2	0.5
3	0.33333333333333…
4	0.25
5	0.2
6	0.16666666666666…
7	0.14285714285714…
8	0.125
9	0.11111111111111…
10	0.1

Ａさん「nの値によって，割り切れずに限りなく続く無限小数になるときと，割り切れて終わりのある有限小数になるときがあるね。」

Ｂさん「なにか法則はあるのかな。」

Ａさん「この表では，nが偶数のときは，有限小数になることが多いね。」

Ｂさん「だけど，この表の中の偶数でも，$n=\boxed{\text{ア}}$のときは無限小数になっているよ。」

Ａさん「それでは，nが奇数のときは，無限小数になるのかな。」

Ｂさん「nが５のときは，有限小数になっているね。nが２桁の奇数のときは，$\dfrac{1}{n}$は無限小数になるんじゃないかな。」

Ａさん「それにも，$n=\boxed{\text{イ}}$という反例があるよ。」

Ｂさん「有限小数になるのは，2，4，5，8，10，16，20，$\boxed{\text{イ}}$，32，…」

Ａさん「それぞれ素因数分解してみると，なにか法則がみつかりそうだね。」

先　生「いいところに気づきましたね。他にも，有理数を小数で表すと，有限小数か循環小数になることを学習しましたね。」

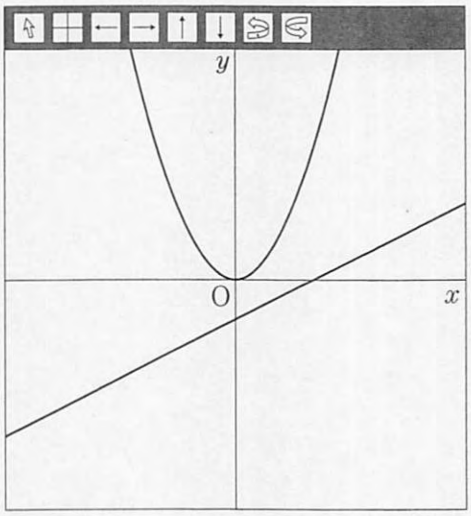
Ｂさん「循環小数とは，同じ数字が繰り返しあらわれる無限小数のことですね。」

Ａさん「その性質を利用すれば，循環小数の小数第30位の数なども求めることができますね。」

(1) $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる数を求めなさい。（4点）

(2) $\frac{1}{7}$ の値を小数で表したときの小数第30位の数を求めなさい。また，小数第1位から小数第30位までの各位の数の和を求めなさい。（5点）

4 次の図は，コンピュータソフトを使って，座標平面上に関数　$y=ax^2$　のグラフと，一次関数　$y=bx+c$　のグラフを表示したものです。a，b，c の数値を変化させたときの様子について，下の各問に答えなさい。（17点）



(1)　グラフが右の図1のようになるとき，a，b，c の大小関係を，不等号を使って表しなさい。（5点）

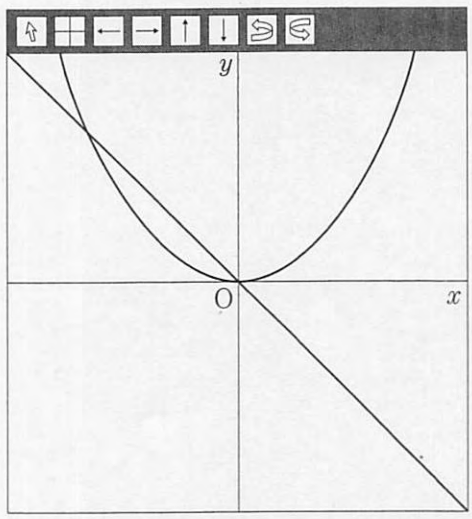


図1

(2) 右の図2は，a，b，cがすべて正のときの，関数　$y=ax^2$　と　$y=-ax^2$　のグラフと，一次関数　$y=bx+c$　と　$y=-bx-c$　のグラフを表示したものです。

図2のように，$y=ax^2$　と　$y=bx+c$　とのグラフの交点をP，Qとし，$y=-ax^2$　と　$y=-bx-c$　とのグラフの交点をS，Rとすると，四角形PQRSは台形になります。このとき，次の①，②に答えなさい。

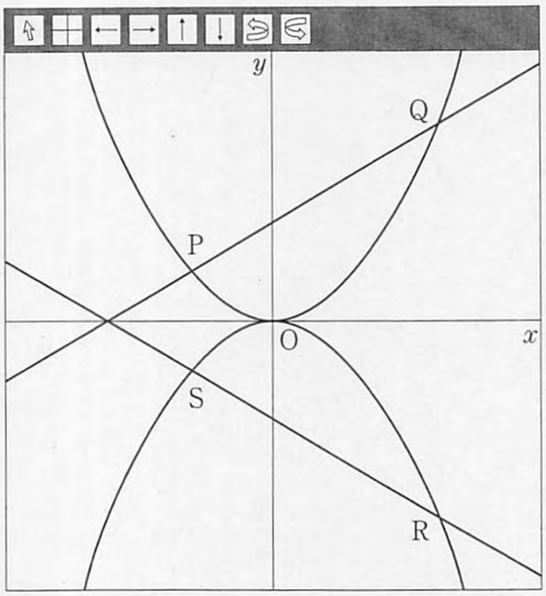


図2

① a，bの値を変えないまま，cの値を大きくすると，台形PQRSの面積はどのように変化するか，次のア〜ウの中から一つ選び，その記号を書きなさい。また，その理由を説明しなさい。

（6点）

ア　大きくなる　　　　**イ**　一定である　　　　**ウ**　小さくなる

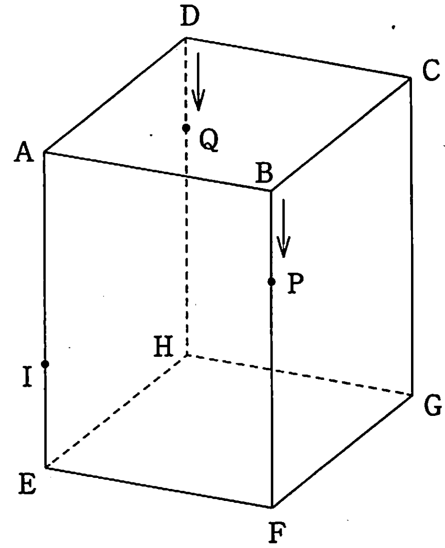
② 点P，Qのx座標がそれぞれ-1，2で，直線QSの傾きが1のとき，a，b，cの値を求めなさい。また，そのときの台形PQRSをx軸を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを1 cmとします。（6点）

5 右の図のような，1辺の長さが4 cmの正方形を底面とし，高さが6 cmの直方体ABCD－EFGHがあり，辺AE上に，AI＝4 cmとなる点Iをとります。

点Pは頂点Bを出発して毎秒1 cmの速さで辺BF上を頂点Fまで，点Qは頂点Dを出発して毎秒1 cmの速さで辺DH上を頂点Hまで動きます。

点P，Qがそれぞれ頂点B，Dを同時に出発するとき，次の各問に答えなさい。（17点）

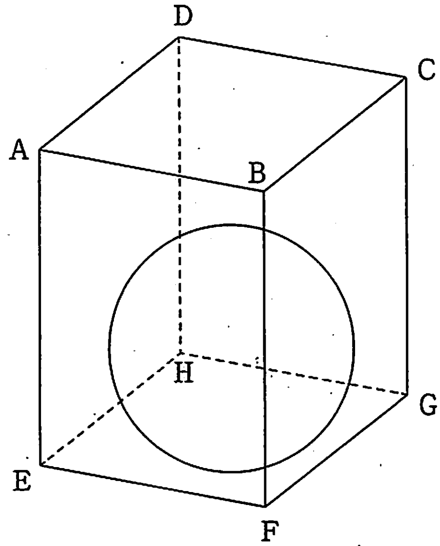


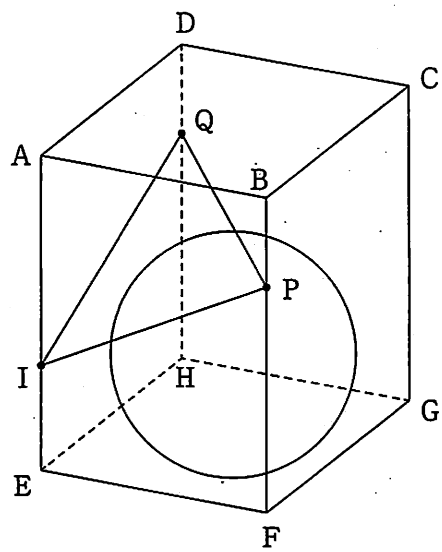
(1) IP＋PGの長さが最も短くなるのは，点Pが頂点Bを出発してから何秒後か求めなさい。（4点）

(2) 点P，Qが頂点B，Dを同時に出発してから2秒後の3点I，P，Qを通る平面で，直方体を切ります。このときにできる2つの立体のうち，頂点Aを含む立体の体積を，途中の説明も書いて求めなさい。（7点）

(3) 右の図のように，底面 EFGH に接するように半径 2 cm の球を直方体の内部に置きます。

点 P，Q が頂点 B，D を同時に出発してから x 秒後の△IPQ は，球とちょうど 1 点で接しました。このときの x の値を求めなさい。（6 点）





（以上で問題は終わりです。）

数　学〔学校選択問題〕　　解　答　用　紙（1）

1

(1) ※	(2) ※	(3) ※
		$x =$
(4) ※	(5) ※	(6) ※
と		cm^2
(7) ※		
頂点の数　　個	辺の数　　本	ねじれの位置になる辺の数　　本
(8) ※	(9) ※	
	$a =$	

(10) ※

（説明）

2

(1) ※

B

A

(2) ※

（証明）

１，２の計

受検番号	第　　番

（切りはなしてはいけません。）

（ここには何も書いてはいけません。）

数　学〔学校選択問題〕　　解　答　用　紙（2）

3

(1) ※	
ア	イ
(2) ※	
小数第 30 位の数	和

4

(1) ※

(2) ① ※

（記号）＿＿＿＿

（説明）

(2) ② ※

$a =$ 　　, $b =$ 　　, $c =$	体積　　cm^3

5

(1) ※

秒後

(2) ※

（説明）

答え　　cm^3

(3) ※

$x =$

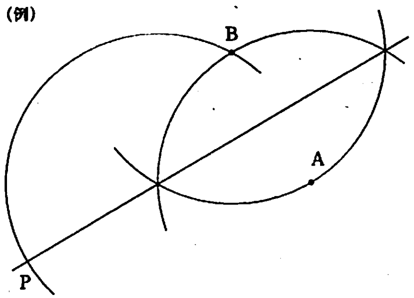
１，２の計

得　点		※

受検番号	第　　番

解答用紙

令和５年度　採点の手引　（数学〔学校選択問題〕）

問題		正答	配点		採点上の注意
1	(1)	$-\frac{8x^3y^2}{9}$	4	44	
	(2)	$24\sqrt{7}$	4		
	(3)	$x=\frac{1}{5},\ 1$	4		
	(4)	ア　と　ウ	4		
	(5)	$\frac{5}{8}$	4		
	(6)	33π　（ cm^2 ）	4		
	(7)	（頂点）　6個　（辺）　9本　（ねじれの位置）　2本	4		
	(8)	672	5		
	(9)	$a=-1,\ -3$	5		
	(10)	（説明）（例） 　ヒストグラムから読みとることができる第３四分位数は，40分以上50分未満の階級に含まれていて，箱ひげ図の第３四分位数とは異なっている。	6		内容に応じて部分点を認める。
2	(1)	（例） 	6	13	内容に応じて部分点を認める。
	(2)	（証明）（例） 　四角形DHBFにおいて，仮定から， 　　HD // BF，HD＝BF 　１組の対辺が平行でその長さが等しいので，四角形DHBFは平行四辺形になる。 　△BEIと△DGJにおいて， 　仮定から，AB＝CD，AE＝CGなので， 　　BE＝DG ……………………① 　錯角なので， 　　∠BEI＝∠DGJ ……………………② 　BH // FDから，同位角，対頂角なので， 　　∠EIB＝∠EJF＝∠GJD …………③ 　②，③から，∠EBI＝∠GDJ …………④ 　①，②，④から，１組の辺とその両端の角が等しいので，△BEI≡△DGJ	7		要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 　内容に応じて部分点を認める。

問題			正答	配点		採点上の注意
3	(1)		ア　6　　イ　25	4	9	
	(2)		（小数第30位の数）7　　（和）135	5		
4	(1)		$b<c<a$	5	17	「$a>c>b$」も正答とする。
	(2)	①	（記号）ア （説明）（例） 　cの値を大きくすると，辺PSとQRはそれぞれ長くなり，辺と辺の距離も大きくなる。台形の上底，下底，高さのそれぞれが大きくなるので，面積も大きくなる。	6		思考の過程や判断の根拠などを数学的な表現を用いて適切に説明しているものは，正答とする。 　内容に応じて部分点を認める。
		②	$a=\frac{3}{5},\ b=\frac{3}{5},\ c=\frac{6}{5}$ 体積　$\frac{189}{25}\pi$　（ cm^3 ）	6		
5	(1)		5　（ 秒後 ）	4	17	
	(2)		（説明）（例） 　２秒後の３点I，P，Qを通る平面で直方体を切ると，平面は点Cを通る。 　また，P，Qを通り面ABCDに平行な面とAIの交点をR，CGとの交点をSとすると，三角錐IPQRと三角錐CPQSは，底面は合同な三角形で，高さが２なので，体積は等しい。したがって，求める体積は直方体ABCDRPSQと等しくなるので， 　　$2\times4\times4=32$ （答え）　32　（ cm^3 ）	7		思考の過程や判断の根拠などを数学的な表現を用いて適切に説明しているものは，正答とする。 　内容に応じて部分点を認める。
	(3)		$x=4-2\sqrt{2}$	6		
配点合計				100		