令和５年度　清教学園高校

＊ 全ての問題に対し，解（答え）のみ記しなさい。

＊ 分数の形で解答する場合，それ以上約分できない形で答えなさい。

＊ 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 - 2xy + y^2 - x + y - 6$$

(2) 次の式を計算しなさい。

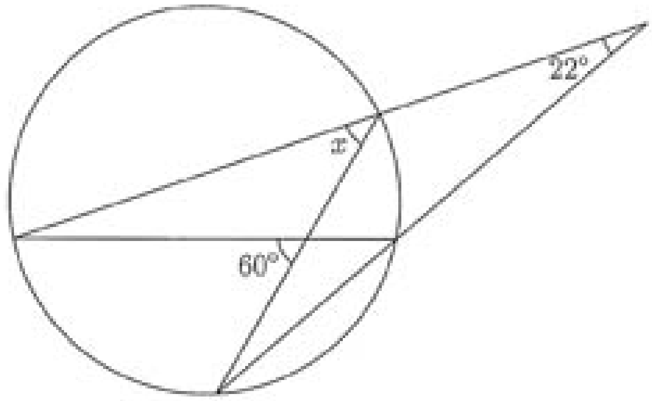
$$\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{8}{3}} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(3) x についての２次方程式 $2x^2 + 3ax + b = 0$ の解が $x = 2,\ \frac{1}{2}$ のとき，a, b の値を求めなさい。

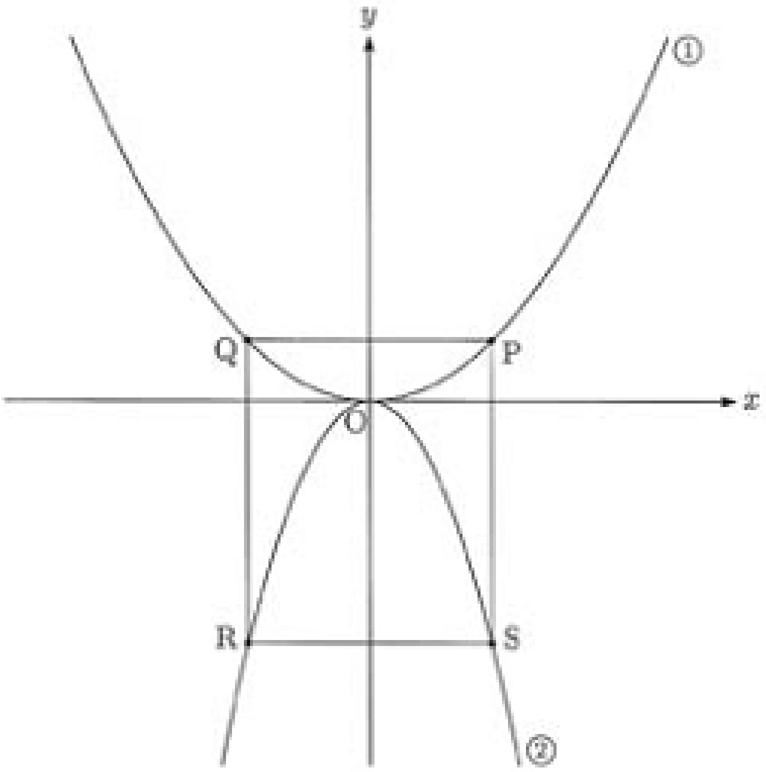
(4) 次の□に当てはまる数を求めなさい。

$$2^8 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} = 2^{\square}$$

(5) 下の図において，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



$\boxed{2}$ 下の図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=-2x^2$ をそれぞれ ①，② とします。放物線 ① 上に x 座標が正である点 P をとり，点 P と y 座標が等しい放物線 ① 上の点を Q，点 P, Q と x 座標が等しい放物線 ② 上の点をそれぞれ S, R とします。ただし，4 点 P, Q, R, S はすべて異なる点とします。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=-2x^2$ において，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

(2) 点 P の x 座標が 4 のとき，四角形 PQRS の面積を求めなさい。

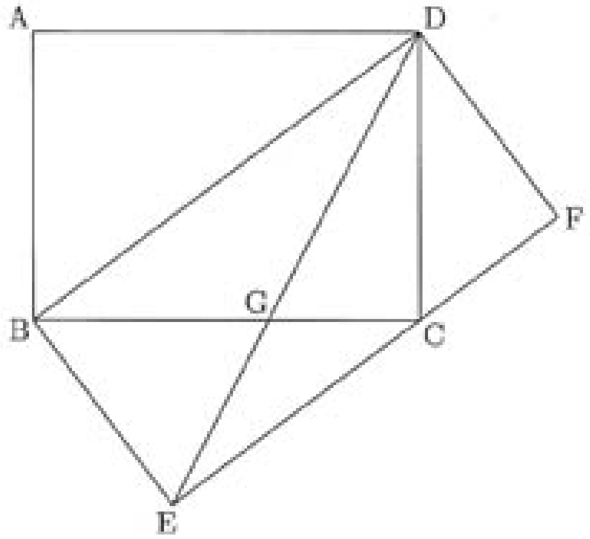
四角形 PQRS が正方形になるとします。

(3) 点 P の座標を求めなさい。

(4) 直線 PR の式を求めなさい。

(5) 直線 PR と放物線 ② との交点のうち，点 R と異なる点を T とします。
(△PTS の面積) : (△QTR の面積) を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

3 下の図のように2つの長方形ABCD, BEFDがあり，AB = 15 cm, AD = 20 cm とします。点C は辺EF上にあり，点Gは辺BCと対角線DEとの交点とします。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 線分BDの長さを求めなさい。

(2) 長方形BEFDの面積を求めなさい。

(3) 線分 CE の長さを求めなさい。

(4) (△BGE の面積) : (四角形 ABGD の面積) を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

4 次の図１のような正五角形の辺または対角線上を，さいころの出た目の数だけ，点Ｐが矢印の向きに進みます。点Ｐは，最初は頂点Ａの位置にあるものとします。

例えば，出た目が３のとき，点Ｐは頂点Ｅまで進みます。

このとき，次の問いに答えなさい。

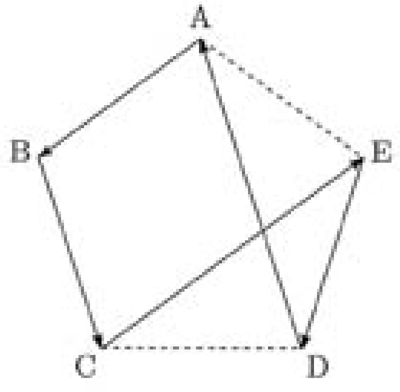


図１

(1) さいころを１回投げたとき，点Ｐが頂点Ｂの位置にある確率を求めなさい。

(2) さいころを２回投げて，出た目の合計の数だけ点Ｐが進んだとき，点Ｐが頂点Ｂの位置にある確率を求めなさい。

図１のように，点Ｐが頂点Ａから出発して，再び頂点Ａに戻ってきたとき，そこからは図２のように矢印の向きに進みます。さらに，再び点Ｐが頂点Ａに戻ってきたとき，そこからは図１のように進みます。

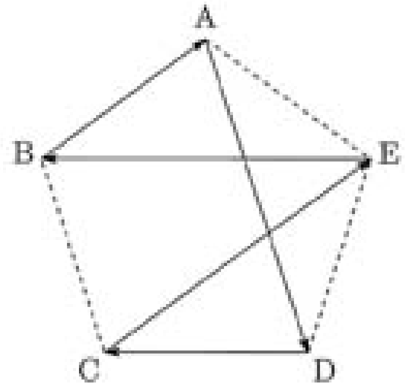


図２

(3) さいころを２回投げて，出た目の合計の数だけ点Ｐが進んだとき，点Ｐが頂点Ａの位置にある確率を求めなさい。

(4) さいころを２回投げて，出た目の合計の数だけ点Ｐが進んだとき，点Ｐが頂点Ｃの位置にある確率を求めなさい。

図１のように，点Ｐが頂点Ａから出発して，再び頂点Ａに戻ってきたとき，そこからは図２のように矢印の向きに進みます。さらに，再び点Ｐが頂点Ａに戻ってきたとき，そこからは図１のように進みます。

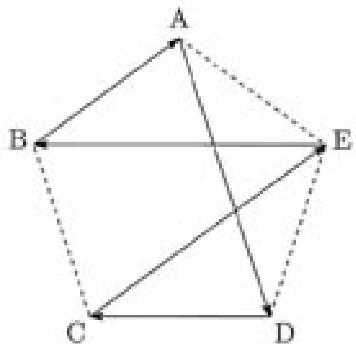
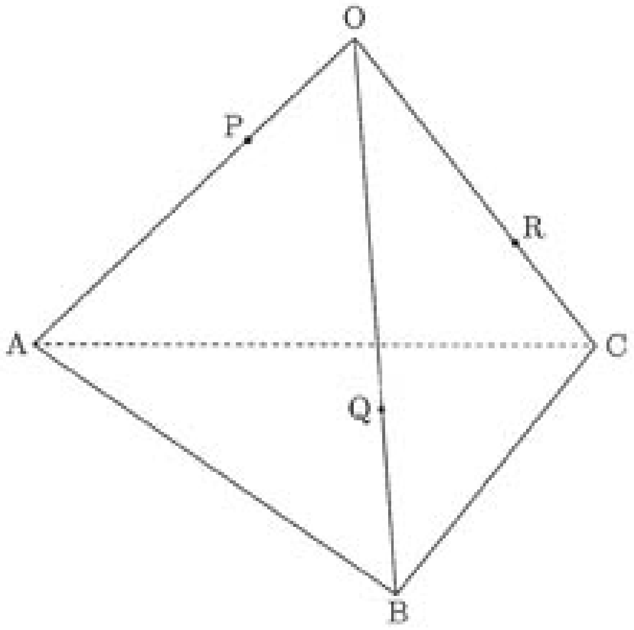


図２

(3) さいころを２回投げて，出た目の合計の数だけ点Ｐが進んだとき，点Ｐが頂点Ａの位置にある確率を求めなさい。

(4) さいころを２回投げて，出た目の合計の数だけ点Ｐが進んだとき，点Ｐが頂点Ｃの位置にある確率を求めなさい。

5 下の図のように，1辺の長さが6 cm の正四面体OABCがあり，辺OA上に点P，辺OB上に点Q，辺OC上に点Rを，それぞれ $OP = 2\text{cm}$，$OQ = OR = 4\text{cm}$ となるようにとります。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) $\angle OPQ$ の大きさを求めなさい。

(2) $\triangle PQR$ の面積を求めなさい。

(3) 点Pから△OQRに下ろした垂線をPHとするとき，線分PHの長さを求めなさい。

(4) 直線PHを軸として，△PHQを1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

2023年度　高等学校入学試験　[数学]　模範解答

1

(1)	(2)
$(x-y+2)(x-y-3)$	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(3)	(4)
$a = -\dfrac{5}{3}$, $b = 2$	11

(5)
41 度

[配点 20 点：各 4 点]

2

(1)	(2)	(3)
$-18 \leqq y \leqq 0$	320	$\left(\dfrac{4}{5}, \dfrac{8}{25}\right)$

(4)	(5)
$y = x - \dfrac{12}{25}$	5 : 11

[配点 20 点：(1)(2) 各 3 点，(3)(5) 各 5 点，(4) 4 点]

3

(1)	(2)
25 cm	300 cm^2

(3)	(4)
16 cm	8 : 33

[配点 20 点：(1) 4 点，(2)(3) 各 5 点，(4) 6 点]

4

(1)	(2)
$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{7}{36}$
(3)	(4)
$\dfrac{7}{36}$	$\dfrac{2}{9}$

［配点 20 点：(1) 4 点，(2)(3) 各 5 点，(4) 6 点］

5

(1)	(2)
90　度	$4\sqrt{2}$　cm^2
(3)	(4)
$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　cm	$\dfrac{56\sqrt{6}}{27}\pi$　cm^3

［配点 20 点：(1) 4 点，(2)(4) 各 5 点，(3) 6 点］