

令和5年度 青雲高校

(注意) 円周率は π , その他の無理数は, たとえば $\sqrt{12}$ は $2\sqrt{3}$ とせよ。
解答はすべて解答用紙に記入せよ。

1 次の問いに答えよ。

(1) $18 \times 22 \times 3.14 - 20^2 \times 3.14$ を計算せよ。

(2) $\left(\frac{2}{3}xy^2\right)^3 \times \left(-\frac{1}{6}x\right)^2 \div \left(-\frac{2}{9}x^2y^3\right)$ を計算せよ。

(3) $\sqrt{(-3)^2} - \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{2}} - (\sqrt{2} + 1)^2$ を計算せよ。

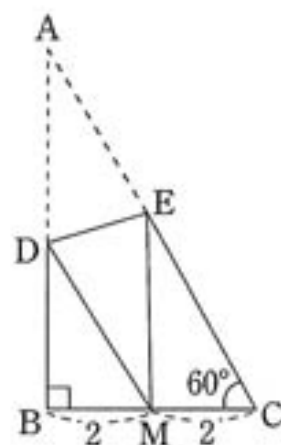
(4) $(x^2 + 2x + 1) + 5a(x + 1) + 6a^2$ を因数分解せよ。

(5) 方程式 $2x + 3y + 9 = \frac{x+1}{3} - \frac{3y-1}{2} + \frac{5}{6} = 3x - y$ を解け。

(6) 2次方程式 $2(x-2)^2 = (x-5)(x+3) + 30$ を解け。

(7) 関数 $y = -2x^2$ において, x の変域が $-2 \leq x \leq a$ のとき, y の変域が $-18 \leq y \leq b$ である。 a , b に当てはまる数を求めよ。

- (8) 右図の直角三角形 ABC において、点 A が点 M に重なるように、線分 DE を折り目に折り返した。DB の長さを求めよ。



- (9) あるグループで小テストを行ったとき、その点数は以下ようになった。

出席番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
点数	37	38	39	41	42	41	38	39	35

一人一人の点数から 40 を引いた値の合計は A である。これを用いることで、グループの小テストの平均を容易に求めることができる。

$$\text{つまり、(平均)} = 40 + \frac{A}{9} = B \text{ である。}$$

後に、ある一人の生徒の点数を集計していないというミスが発覚し、この生徒を加え、10 人のグループとして新たに集計し直した。加えた生徒の点数は 40 であった。はじめの 9 人のグループを G_1 、この生徒を加えた 10 人のグループを G_2 とする。以下の問いに答えよ。

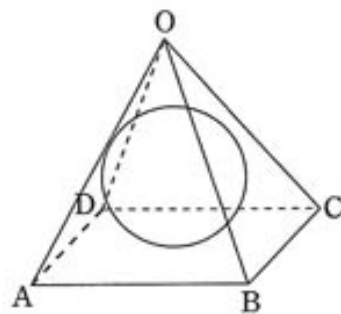
- ① A 、 B に当てはまる数を答えよ。ただし、 B は小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位までの数で答えよ。
- ② 以下の文章の空らんに入る最も適切な言葉をア、イ、ウの中から 1 つずつ選び記号で答えよ。

G_2 の生徒一人一人の点数から 40 を引いた値の合計は G_1 のとき C 。

G_2 の平均は G_1 の平均 D 。

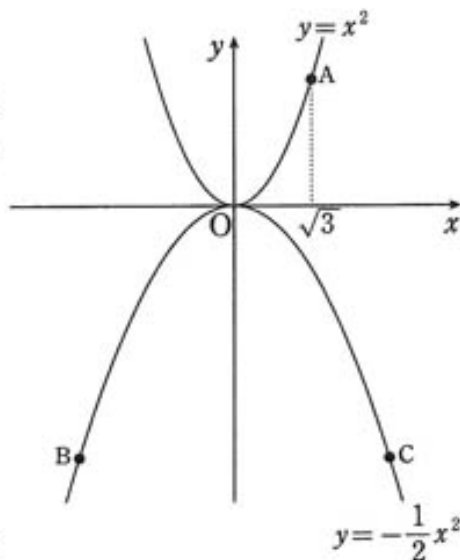
- ア. よりも高い
- イ. よりも低い
- ウ. と等しい

- 2 1辺が4の正方形 ABCD を底面とし、他の辺が $\sqrt{29}$ である四角すい O-ABCD がある。球 K がこの四角すいに内接しているとき、次の問いに答えよ。



- (1) 四角すい O-ABCD の体積を求めよ。
- (2) 球 K の半径を求めよ。
- (3) 球 K と四角すい O-ABCD の側面との4つの接点すべてを通る平面で球 K を切断すると、断面は円になる。この円の半径を求めよ。

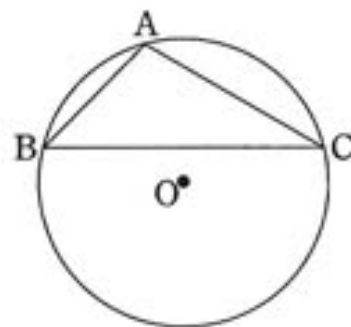
- 3 放物線 $y=x^2$ 上に点 A, 放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上に2点 B, C をとる。原点を O とし、点 A の x 座標は $\sqrt{3}$ で、 $\triangle OBC$ は正三角形である。次の問いに答えよ。ただし、点 C の x 座標は正である。



- (1) 点 C の座標を求めよ。
- (2) 放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上に点を取り、この点と点 A, B を結んだ三角形が直角三角形となるようにすると、この点は2つ存在する。このうち、 x 座標が小さい方を P とする。さらに、 $\triangle ABP$ の外接円上に点 Q をとる。 $\triangle QBC$ の面積の最大値を求めよ。

- 4 中心 O の円に内接する $\triangle ABC$ について、

$\widehat{BC} : \widehat{CA} : \widehat{AB} = 7 : 3 : 2$ である。 $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ とするとき、次の問いに答えよ。



- (1) b を c を用いて表せ。
- (2) a を c を用いて表せ。
- (3) 円の半径を R , 直線 AO と直線 BC の交点を D とするとき、AD の長さと BC の長さの積を R を用いて表せ。

- 5 1, 2, 3, …, 13 の数を 1 つずつ書いたカードがそれぞれ 4 枚と 0 と書いたカードが 1 枚ある。これら 53 枚のカードを用いて以下のようなゲームを行う。

これら 53 枚のカードを参加者に分配し、自分もつ同じ数字のカードを 2 枚組みにして捨てる。その後、順にほかの人からカードを 1 枚引き、同じ数字のカードがあればそれらを 2 枚組みにして捨てる。そして、手持ちのカードがなくなったときに、その人の勝ちが決まる。勝ちが決まった人はゲームから抜ける。

終盤で A さんと B さんの二人が残り、この後は A さんが B さんからカードを引くところから始まる。これ以降について、次の問いに答えよ。ただし、どのカードを引くかは同様に確からしいとする。

- (1) A さんが 1 枚のカード、B さんが 2 枚のカードをもっている。A さんが 1 回目に引いて、次に B さんが引く前に A さんの勝ちが決まる確率を求めよ。

- (2) A さんが 1 枚のカード、B さんが 2 枚のカードをもっている。A さんが 1 回目に引いて、続けて B さんが引く。次に A さんが引く前に B さんの勝ちが決まる確率を求めよ。

- (3) A さんが 2 枚のカード、B さんが 3 枚のカードをもっている。

以下の [I], [II] について、正しいものをア、イ、ウの中から 1 つ選び記号で答えよ。

[I] A さんと B さんが 1 回ずつ引き、A さんが 2 回目に引いて、次に B さんが引く前に A さんの勝ちが決まる確率

[II] A さんと B さんが 2022 回ずつ交互に引き、A さんが 2023 回目に引いて B さんの勝ちが決まる確率

- ア. [I] の方が大きい
イ. [II] の方が大きい
ウ. [I] と [II] は等しい

6 次のような2数の掛け算の方法，すなわち2数の積を求める方法がある。

2つの正の整数 A ， B に対して，次の【作業 X】，【作業 Y】を行う。

【作業 X】 まず，2つの正の整数 A ， B から次の手順で新しい2つの正の整数 A' ， B' をつくる。

$$A' = 2A$$

$$B \text{ が偶数のとき， } B' = B \div 2$$

$$B \text{ が奇数のとき， } B' = (B - 1) \div 2$$

次に，これら新しい2つの正の整数 A' ， B' をあらためて A ， B と考え，上の手順を， B' が1になるまでくり返す。

【作業 Y】 【作業 X】 で B' が奇数のときの A' の和を求める。ただし，最初の B が奇数のときは最初の A もこの和に加える。

この【作業 Y】で求めた和の値が A と B の積となる。

例えば，7と6の積をこの方法で求めると次のようになる。

A を7， B を6とすると，1回目の【作業 X】で， $A' = 14$ ， $B' = 3$ ，2回目の

【作業 X】で， $A' = 28$ ， $B' = 1$ となり，【作業 X】は終了する。最初の B は偶数であり，ここまですべて B' が奇数のときの A' は14と28であるから【作業 Y】は $14 + 28$ となる。このとき， $14 + 28$ を計算することで，7と6の積42を求めることができる。また，このときの【作業 Y】の結果を和の形で表したときの項の数は2である。

次の問いに答えよ。

- (1) 257と50の積を， A を257， B を50として上の方法で計算したとき，【作業 Y】の結果を和の形で答えよ。($p + q + r + \dots$ の形で答えよ。上の例では $14 + 28$ の形)
- (2) 257と50の積を， A を50， B を257として上の方法で計算したとき，【作業 Y】の結果を和の形で答えよ。((1) と同様に $p + q + r + \dots$ の形で答えよ。)
- (3) 【作業 Y】の結果を和の形で表したとき，項の数が少ないのは次のア，イのどちらか。記号で答えよ。
ア. A を31， B を514として上の方法で計算したとき
イ. A を514， B を31として上の方法で計算したとき
- (4) A と B の積を上の方法で計算して【作業 Y】の結果を和の形で表したとき，項の数が2となった。このとき，4桁で最小の正の整数 B を求めよ。

1	(1)	-12.56		(2)	$-\frac{1}{27}x^3y^3$					
	(3)	$-4\sqrt{2}$		(4)	$(x+2a+1)(x+3a+1)$					
	(5)	$x=$	1	, $y=$	-2	(6)	$x=$	$-1, 7$		
	(7)	$a=$	3	, $b=$	0	(8)	DB=	$\frac{11\sqrt{3}}{6}$		
	(9)	①	A	-10	B	38.9	②	C	ウ	D

2	(1)	$\frac{16\sqrt{21}}{3}$		(2)	$\frac{2\sqrt{21}}{7}$	
	(3)	$\frac{6}{5}$				

3	(1)	$(2\sqrt{3}, -6)$		(2)	$18+9\sqrt{3}$	
---	-----	-------------------	--	-----	----------------	--

4	(1) $b = \sqrt{2}c$	(2) $a = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}c$
	(3) $AD \times BC = \sqrt{2}R^2$	

5	(1) $\frac{1}{2}$	(2) $\frac{1}{4}$
	(3) イ	

6	(1) $514 + 4112 + 8224$	(2) $50 + 12800$
	(3) ア	(4) 1025