令和５年度　東海高校

各問題の□の中に正しい答えを記入せよ。ただし，③の(2)は（証明）欄に証明を記入せよ。
なお，「その１」と「その２」の裏を計算用紙として使ってよい。

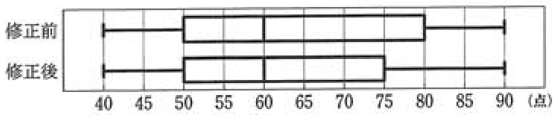
1 (1)　２次方程式 $2\sqrt{2}x^2-\sqrt{14}x-\sqrt{2}=0$ の解は $x=$ ア である。

(2)　$a=2(\sqrt{13}-2)$ の整数部分を b，小数部分を c とする。
このとき，$(a+3b+1)(c+1)$ の値は イ である。

(3)　次のデータは，100点満点のテストを受けた15人の生徒の得点のデータを，値の小さい順に並べたものである。

40, 42, 48, 50, 52, 56, 58, 60, 62, 68, 75, 80, 84, 90, 90（点）

このデータには，１つだけ誤りがあり，その誤りを修正すると修正前と比べて平均値は２点減少する。
また，修正前のデータと修正後のデータを箱ひげ図に表すと，それぞれ次のようになった。



このとき，修正前のデータの ウ 点を エ 点に変えると，修正後のデータとなる。

解答欄	
ア	
イ	
ウ	
エ	

2　自然数Nを１，２，３，…，Nで割って，商と余りが何種類あるか考える。ただし，余り０も１種類と数える。
たとえば，$N=5$のとき　$5\div1=5\cdots0$
$5\div2=2\cdots1$
$5\div3=1\cdots2$
$5\div4=1\cdots1$
$5\div5=1\cdots0$
となる。よって，商は1, 2, 5なので３種類，余りは0, 1, 2なので３種類である。

(1)　$N=15$ のとき，商は オ 種類，余りは カ 種類ある。

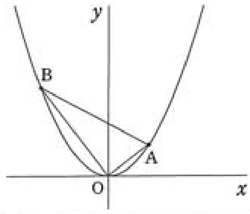
(2)　$N=2023$ のとき，商は キ 種類，余りは ク 種類ある。

オ	
カ	
キ	
ク	

3 図のように，放物線$y = ax^2$（$a > 0$）上に2点A, Bがあり，x座標はそれぞれ2，−4で△OABの面積は$6\sqrt{2}$である。このとき，

(1) $a =$ ［ケ］である。

(2) △OABは直角三角形である。これを証明しなさい。



（証明）

(3) y軸上に点Oと異なる点Pがあり，∠APB = 90°である。点Pのy座標は［コ］である。

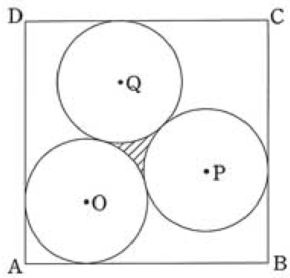
ケ	
コ	

4 図のように，円O，円P，円Qが互いにそれぞれ接しており，これら3つの円の半径はすべて1cmである。また，正方形ABCDの辺と円Oは2点，円P，円Qはそれぞれ1点で接している。このとき，

(1) 斜線部分の面積は［サ］cm²である。

(2) AC =［シ］cmである。

(3) 斜線部分を点Aを中心に1回転させてできる図形の面積は［ス］cm²である。



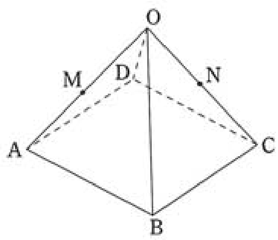
サ	
シ	
ス	

5 図のように，すべての辺の長さが4cmの正四角錐O−ABCDがある。辺OA，辺OCの中点をそれぞれM, Nとする。また，点Oから底面ABCDに垂線OHをひく。この正四角錐を3点B, M, Nを通る平面で切ったとき，

(1) OH =［セ］cmである。

(2) 切り口の図形の面積は［ソ］cm²である。

(3) 2つに分けた立体のうち，点Oを含む方の立体の体積は［タ］cm³である。



セ	
ソ	
タ	

$\boxed{1}$ (1) 2次方程式 $2\sqrt{2}x^2-\sqrt{14}x-\sqrt{2}=0$ の解は $x=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $a=2(\sqrt{13}-2)$ の整数部分を b，小数部分を c とする。

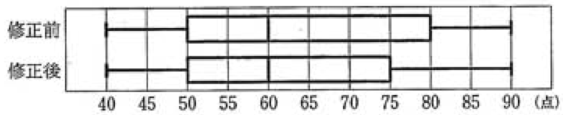
このとき，$(a+3b+1)(c+1)$ の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(3) 次のデータは，100点満点のテストを受けた15人の生徒の得点のデータを，値の小さい順に並べたものである。

40, 42, 48, 50, 52, 56, 58, 60, 62, 68, 75, 80, 84, 90, 90（点）

このデータには，1つだけ誤りがあり，その誤りを修正すると修正前と比べて平均値は2点減少する。

また，修正前のデータと修正後のデータを箱ひげ図に表すと，それぞれ次のようになった。



このとき，修正前のデータの $\boxed{\text{ウ}}$ 点を $\boxed{\text{エ}}$ 点に変えると，修正後のデータとなる。

解答欄	
ア	$\frac{\sqrt{7}\pm\sqrt{15}}{4}$
イ	16
ウ	90
エ	60

$\boxed{2}$ 自然数 N を 1，2，3，…，N で割って，商と余りが何種類あるか考える。ただし，余り0も1種類と数える。

たとえば，$N=5$ のとき　$5\div1=5\cdots0$

$5\div2=2\cdots1$

$5\div3=1\cdots2$

$5\div4=1\cdots1$

$5\div5=1\cdots0$

となる。よって，商は 1, 2, 5 なので3種類，余りは 0, 1, 2 なので3種類である。

(1) $N=15$ のとき，商は $\boxed{\text{オ}}$ 種類，余りは $\boxed{\text{カ}}$ 種類ある。

(2) $N=2023$ のとき，商は $\boxed{\text{キ}}$ 種類，余りは $\boxed{\text{ク}}$ 種類ある。

オ	6
カ	8
キ	88
ク	1012

3 図のように，放物線$y=ax^2$（$a>0$）上に2点A, Bがあり，x座標はそれぞれ2，−4で△OABの面積は$6\sqrt{2}$である。このとき，

(1) $a=$ $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(2) △OABは直角三角形である。これを証明しなさい。

(証明) $A(2, \sqrt{2})$，$B(-4, 4\sqrt{2})$である。

$OA^2 = 4 + 2 = 6$

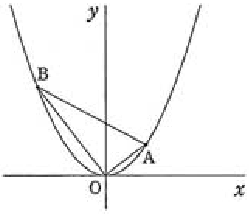
$OB^2 = 16 + 32 = 48$

$AB^2 = 36 + 48 = 54$

$OA^2 + OB^2 = AB^2$が成り立つので 三平方の定理の逆より

$\angle AOB = 90°$ よって△OABは直角三角形である.

(3) y軸上に点Oと異なる点Pがあり，∠APB＝90°である。点Pのy座標は $\boxed{\text{コ}}$ である。



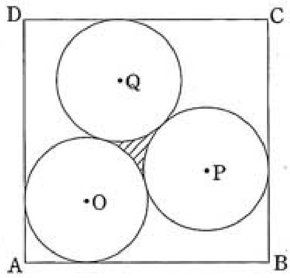
ケ	$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$
コ	$5\sqrt{2}$

4 図のように，円O，円P，円Qが互いにそれぞれ接しており，これら3つの円の半径はすべて1 cmである。また，正方形ABCDの辺と円Oは2点，円P，円Qはそれぞれ1点で接している。このとき，

(1) 斜線部分の面積は $\boxed{\text{サ}}$ cm² である。

(2) AC＝ $\boxed{\text{シ}}$ cmである。

(3) 斜線部分を点Aを中心に1回転させてできる図形の面積は $\boxed{\text{ス}}$ cm² である。



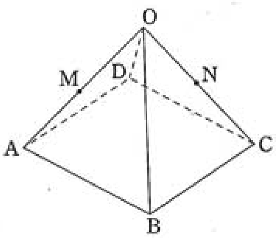
サ	$\sqrt{3} - \dfrac{\pi}{2}$
シ	$1 + 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$
ス	$(2+\sqrt{6})\pi$

5 図のように，すべての辺の長さが4 cmの正四角錐O−ABCDがある。辺OA，辺OCの中点をそれぞれM, Nとする。また，点Oから底面ABCDに垂線OHをひく。この正四角錐を3点B, M, Nを通る平面で切ったとき，

(1) OH＝ $\boxed{\text{セ}}$ cmである。

(2) 切り口の図形の面積は $\boxed{\text{ソ}}$ cm² である。

(3) 2つに分けた立体のうち，点Oを含む方の立体の体積は $\boxed{\text{タ}}$ cm³ である。



セ	$2\sqrt{2}$
ソ	$\dfrac{8\sqrt{5}}{3}$
タ	$\dfrac{16\sqrt{2}}{9}$