令和５年度　巣鴨高校

1　次の各問いに答えなさい。

(1)　$(2x-3)(3x+5)-5(x+3)(x-3)$ を計算しなさい。

(2)　$\dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ の整数部分を a 、$1+\sqrt{17}$ の小数部分を b とするとき、

a , b の値を求めなさい。また、$\mathrm{M}=3a^2+2ab+b^2$ の値を求めなさい。

(3)　次の３つの２次方程式

$$x^2+ax+b=0,\ 2x^2+3ax+4b=0,\ x^2-2x-3=0$$

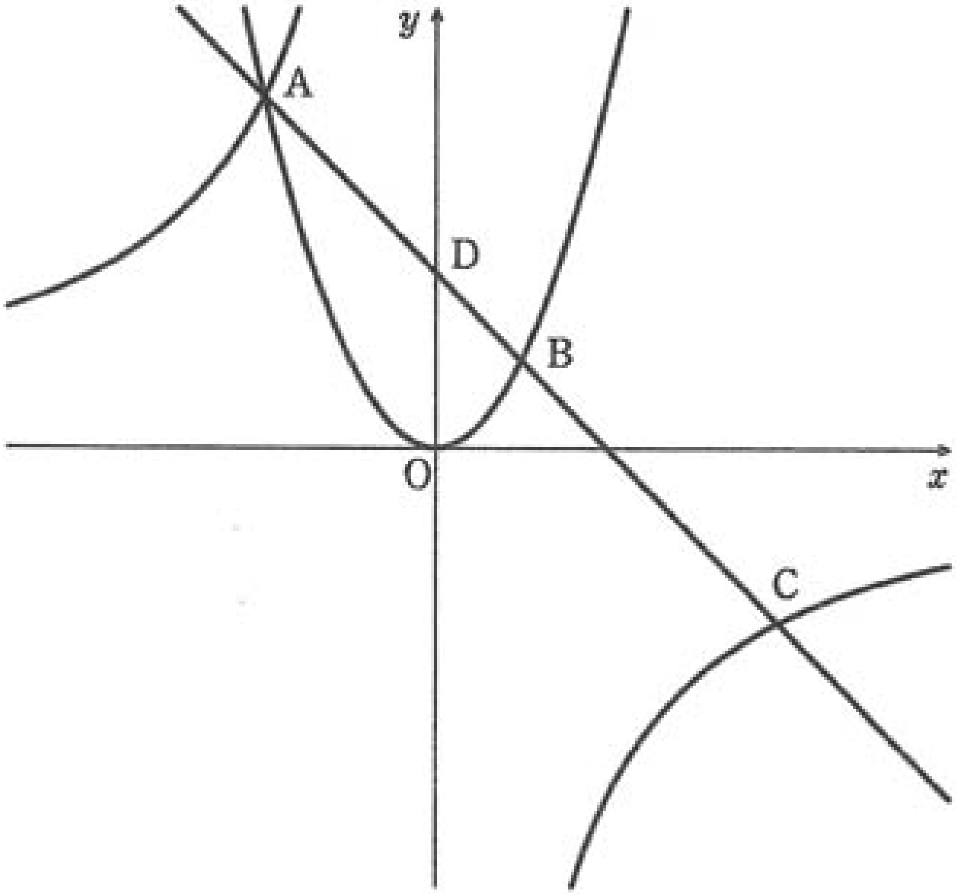
が同じ正の解をもつとき、定数 a , b の値を求めなさい。

(4)　大，中，小の３つのさいころを同時に投げたとき、出た目の積が４で割り切れる確率を求めなさい。

（5） $\sqrt{n^2+104}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めなさい。

（6） ある遊園地で入園料が a 円のとき、入園者数は b 人です。この遊園地では、入園料を x ％値上げすることを検討しており、x ％値上げした場合、$\frac{x}{3}$ ％の入園者数の減少が見込まれています。値上げ率を 25 ％以内にして売上げをちょうど 12 ％増やしたいとき、x の値を求めなさい。ただし、x は整数とします。

$\boxed{2}$ 下図のように x 座標が -2 の点 A で、放物線 $y=x^2$ と双曲線 $y=\dfrac{a}{x}$ （$a<0$）が交わっています。放物線 $y=x^2$ 上に点 B$(1,1)$ をとり、直線 AB と双曲線 $y=\dfrac{a}{x}$ の点 A と異なる交点を C、直線 AB と y 軸との交点を D とします。
このとき、次の各問いに答えなさい。



（1） 定数 a の値を求めなさい。

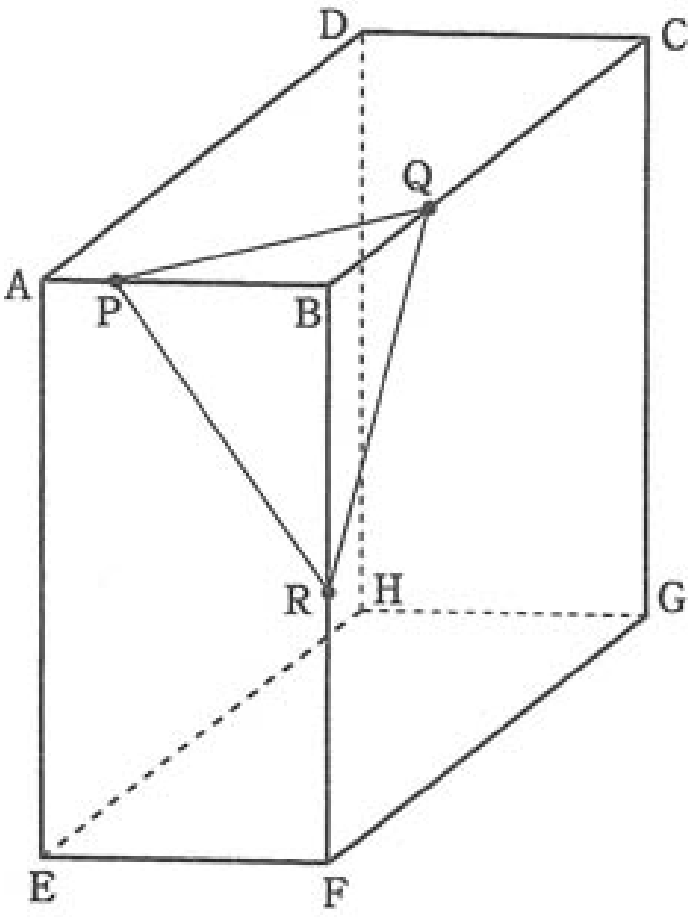
（2） 直線 AB の式を求めなさい。

以下、原点に関して点 A と対称な点を E とします。

（3） △ACE の面積を求めなさい。

（4） 点 P は放物線 $y=x^2$ 上を点 A から点 B まで動きます。直線 DP が △ACE を 2 つの部分に分け、その 2 つの部分の面積比が 2 : 1 になるときの点 P の x 座標をすべて求めなさい。

3 下図のような AB=3 cm , BC=6 cm , BF=9 cm の直方体 ABCD-EFGH があります。
点 P は頂点 A を出発して毎秒 1 cm の速さで点 B に到達するまで動き、
点 Q は頂点 B を出発して毎秒 2 cm の速さで点 C に到達するまで動き、
点 R は頂点 F を出発して毎秒 3 cm の速さで点 B に到達するまで動くものとします。
3 点 P , Q , R が同時に出発するとき、次の各問いに答えなさい。

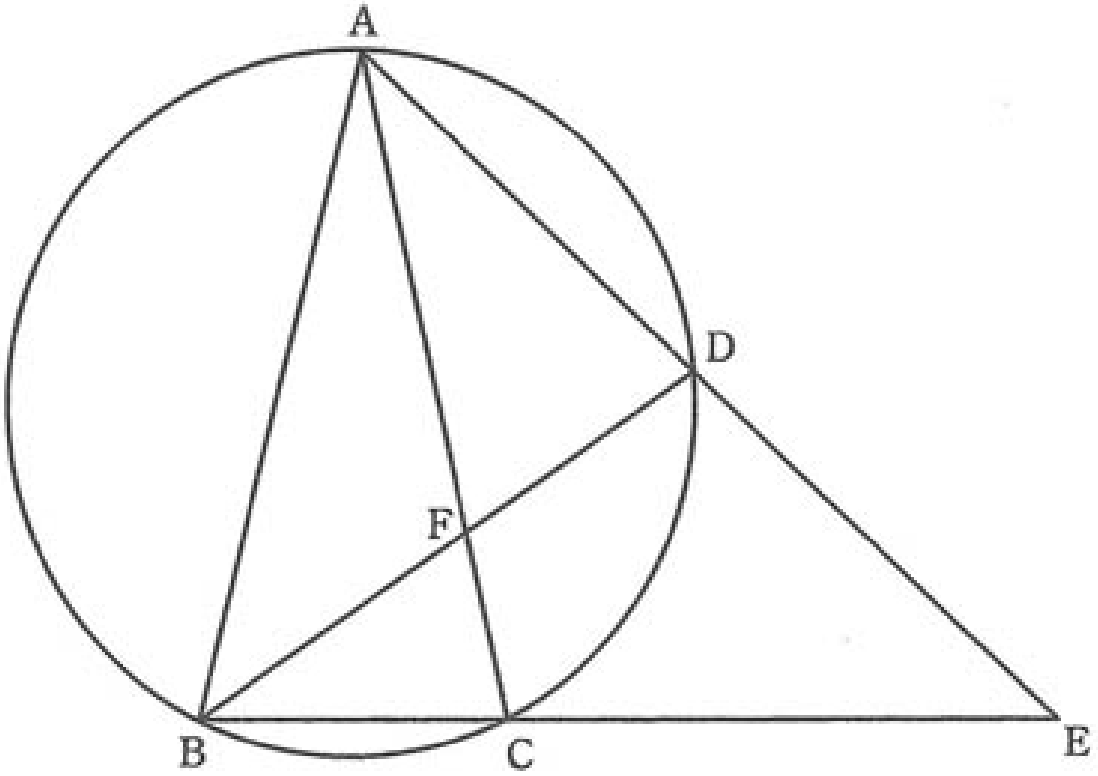


（1） 出発してから x 秒後の線分 PQ の長さを x を用いて表しなさい。

（2） PQ : PR $=1:\sqrt{2}$ となるのは、出発してから何秒後ですか。

（3） △PQR がはじめて二等辺三角形となるとき、点 B から平面 PQR に下ろした垂線と平面 PQR との交点を I とします。また、直線 BI と平面 AEHD の交点を J とし、点 J から線分 EH に下ろした垂線と線分 EH との交点を K とします。
① 線分 BI の長さを求めなさい。
② 線分 JK の長さを求めなさい。

4 下図において △ABC は、AB＝AC＝15 cm , BC=6 cm の二等辺三角形です。
3 点 A , B , C を通る円と ∠ABC の二等分線の点 B と異なる交点を D 、
直線 AD と直線 BC の交点を E 、線分 AC と線分 BD の交点を F とします。
このとき、次の各問いに答えなさい。



（1） △ACE が二等辺三角形であることを以下のように証明しました。

証明 ∠ABD＝∠CBD＝a° とおくと、△ABC が二等辺三角形により

∠ACB＝ ア °

イ

よって、△ACE は二等辺三角形である。 終

① ア に入る式を a を用いて表しなさい。

② イ に証明の続きを書き、証明を完成させなさい。

（2） 線分 AE の長さを求めなさい。

（3） 線分 DF の長さを求めなさい。

令和５年度　巣鴨高校 解答

1 (1) x^2+x+30　(2) a=4, b=$\sqrt{17}-4$, M=49　(3) a=－6, b=9　(4) $\frac{5}{8}$

(5) n=11, 25　(6) x=20

2 (1) a=－8　(2) y=－x＋2　(3) 12　(4) x=$\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$　x=$\frac{-5+\sqrt{97}}{6}$　(途中経過は略)

3 (1) $\sqrt{5x^2-6x+9}$ cm　(2) 1.5 秒後　(3) ① BI=$\frac{6\sqrt{19}}{19}$ cm　② JK=8 cm

4 (1) ① $2a$

② △CAE において,

∠CAE＝∠CBD＝a°（弧 CD に対する円周角）…(a)

∠CEA＝∠ACB－∠CAE＝$2a$－a° =a° …(b)

(a)=(b)より,2 つの底角が等しい

(2) AE=$6\sqrt{15}$ cm　(3) DF=$\frac{25\sqrt{15}}{14}$ cm