令和５年度　作新学院高校　(トップ英進部・英進部)

1　次の (1) から (4) までの問いに答えなさい。

(1) $\frac{3}{4} \times \{-3 \times (-2)^3 - 4\}$ を計算すると，$\boxed{アイ}$ である。

(2) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \div \left(-\frac{x}{y}\right)^3 \div \frac{3y}{x^5}$ を計算すると，$\frac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オカ}}x^{\boxed{キ}}y^{\boxed{ク}}$ である。

(3) $(x-2)^2 - 3(x-4)(x+1)$ を計算すると，$\boxed{ケコ}x^2 + \boxed{サ}x + \boxed{シス}$ である。

(4) $\sqrt{48} - \frac{6}{\sqrt{3}} + 3\sqrt{27}$ を計算すると，$\boxed{セソ}\sqrt{\boxed{タ}}$ である。

2　次の (1) から (7) までの問いに答えなさい。

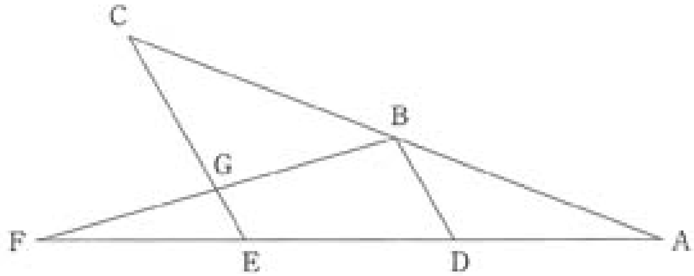
(1) 連立方程式 $\begin{cases} \frac{3}{7}x + y = 1 \\ 2x - \frac{1}{3}y = -2 \end{cases}$ を解くと，$x = \frac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$，$y = \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

(2) $\sqrt{20n}$ と $\sqrt{n-9}$ がともに整数となるような自然数 n のうち，最小の n は，$n = \boxed{カキ}$ である。

(3) タンクに水を入れるための２つの給水口 A，B がある。空のタンクに A だけ開いて５分間水を入れて閉じる。続けて B だけ開き４分間水を入れたら，水の量はタンクの容量全体の $\frac{7}{10}$ になった。その後さらに，A，B の両方を開いて水を入れると，２分後にタンクの容量がいっぱいになった。タンクが空の状態から，B だけ開いて水を入れるとき，タンクは $\boxed{クケ}$ 分でいっぱいになる。

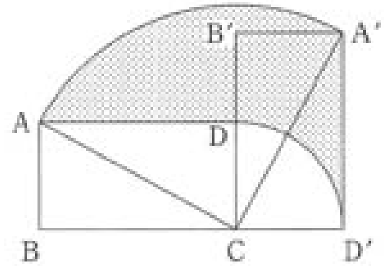
(4) １から 10 の番号を１つずつ書いた 10 枚のカードがある。この中から同時に２枚のカードを取り出すとき，カードに書かれた数の積が３の倍数にならない確率は，$\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サシ}}$ である。

(5) 右の図において，AB = BC，AD = DE = EF である。BD = 5 であるとき，CG = $\dfrac{\boxed{\text{ス}\,\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。



(6) 右の図のように，AB = 3，BC = 4，CA = 5 の長方形 ABCD を，点 C を中心として時計回りに 90° だけ回転し，四角形 A′B′CD′ の位置に移動させた。辺 AD が通過した部分にできる図形の面積は，$\boxed{\text{タ}}\,\pi$ である。

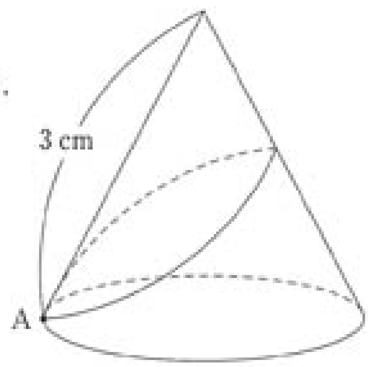
ただし，π は円周率である。



(7) 右の図のような，母線の長さが 3 cm である円錐（すい）がある。底面の円周上に点 A をとり，点 A から円錐の周りに最短距離でひもを結んだとき，そのひもの長さが 3 cm であった。このとき，円錐の表面積は，

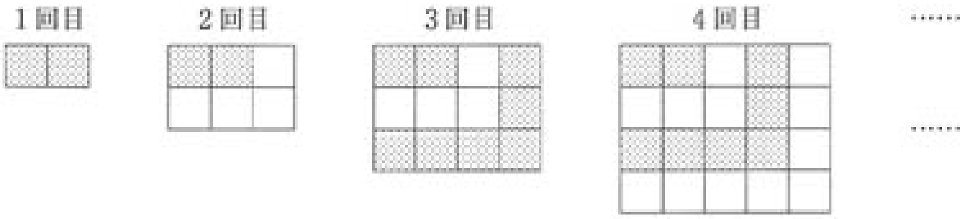
$\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\,\pi\,\text{cm}^2$ である。

ただし，π は円周率である。



3

黒いタイルと白いタイルを，下の図のような規則に従って並べていく。



このとき，次の (1) から (4) までの問いに答えなさい。

(1) 7 回目までに並べたタイルの総数は，$\boxed{\text{ア}\,\text{イ}}$ 枚である。

(2) n 回目までに並べたタイルの総数は，$\boxed{\text{ウ}}$ 枚である。$\boxed{\text{ウ}}$ に適する式を，①～④から選べ。

① $n(n+1)$　② $n(n-1)$　③ $n(n+2)$　④ n^2

(3) 102 回目まで並べたとき，最後に並べられた黒いタイルは，$\boxed{\text{エ}\,\text{オ}\,\text{カ}}$ 枚である。

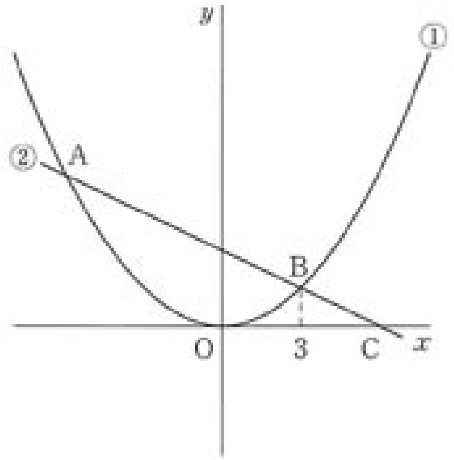
(4) n 回目までに並べられたタイルの総数から，$(n-2)$ 回目に並べたタイルのみを除くと，タイルは 276 枚であった。このとき，$n = \boxed{\text{キ}\,\text{ク}}$ である。

4 右の図のように，放物線 $y = ax^2\ (a > 0)$ ……①

と直線 $y = -\dfrac{1}{2}x + 3$ ……②が異なる2点A，Bで交わっている。

また，②と x 軸との交点をCとする。

点Bの x 座標が3のとき，次の(1)から(4)までの問いに答えなさい。



(1) 点Bの座標は，$\left(3,\ \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\right)$ である。

また，点Bは①上の点でもあるから，$a = \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

さらに，①上の点Aは，$\left(t,\ \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}t^2\right)$ と表せ，これが②上の点でもあるから，

$t = \boxed{オカ}$ であり，$A(\boxed{オカ},\ \boxed{キ})$ である。

(2) △OABの面積は，$\dfrac{\boxed{クケ}}{\boxed{コ}}$ である。

(3) ①上の $x > 3$ または $x < \boxed{オカ}$ の範囲に点Pをとる。△PABの面積が，△OAB

の面積の2倍となるとき，点Pは直線 $y = -\dfrac{1}{2}x + \boxed{サ}$ 上にあるから，点Aと同様に

点Pの座標を求めると，$(\boxed{シ},\ \boxed{ス})$ または $\left(\boxed{セソ},\ \dfrac{\boxed{タチ}}{\boxed{ツ}}\right)$ である。

(4) $P(\boxed{シ},\ \boxed{ス})$ とするとき，△APCを x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積は，

$\boxed{テトナ}\pi$ である。

ただし，π は円周率である。

5 図1のように，AB = 9，∠ABC = ∠BCD = 90°の台形 ABCD がある。点 P は頂点 A を出発し，一定の速さで辺 AB，BC，CD 上を通って，点 D まで移動する。点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の 3 点 A，P，D を結んでできる △APD の面積を y とする。また，図 2 は，x と y の関係をグラフに表したものである。ただし，点 P が，頂点 A，D 上にあるときは $y = 0$ とする。このとき，次の (1) から (4) までの問いに答えなさい。

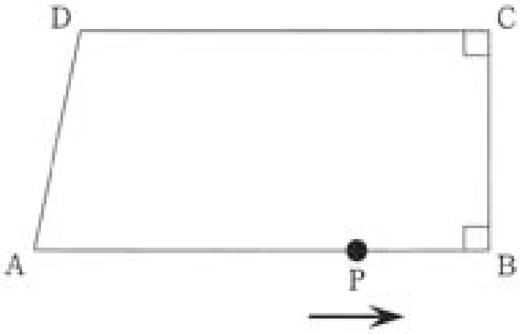


図 1

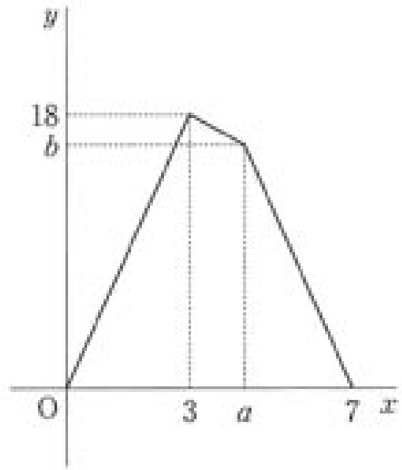


図 2

(1) 点 P が移動する速さは，毎秒 $\boxed{ア}$ である。

(2) △ABC の面積は，$\boxed{イウ}$ であるから，BC = $\boxed{エ}$ である。

また，x の変域が $0 \leqq x \leqq 7$ であるから，CD = $\boxed{オ}$ である。

(3) 図 2 において，$a = \dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}}$，$b = \boxed{ケコ}$ である。

(4) 点 P が辺 BC 上にあるときを考える。

x の変域は，$\boxed{サ} \leqq x \leqq \dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}}$ である。

△APD の面積を x を用いて表すと，$\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セ}}x + \dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}}$ となり，

△ABP の面積を x を用いて表すと，$\dfrac{\boxed{ツテ}}{\boxed{ト}}x - \dfrac{\boxed{ナニ}}{\boxed{ヌ}}$ となる。

よって，△APD と △ABP の面積が等しくなるのは，点 P が頂点 A を出発してから $\dfrac{\boxed{ネノ}}{\boxed{ハ}}$ 秒後である。

数学正答用紙　第１回入学試験　　トップ英進部・英進部

大問	小問		正答	配点
1	(1)	ア	1	※
		イ	5	
	(2)	ウ	−	
		エ	3	
		オ	1	
		カ	6	
		キ	2	
		ク	2	
	(3)	ケ	−	
		コ	2	
		サ	5	
		シ	1	
		ス	6	
	(4)	セ	1	
		ソ	1	
		タ	3	

大問	小問		正答	配点
2	(1)	ア	−	※
		イ	7	
		ウ	9	
		エ	4	
		オ	3	
	(2)	カ	4	
		キ	5	
	(3)	ク	2	
		ケ	0	
	(4)	コ	7	
		サ	1	
		シ	5	
	(5)	ス	1	
		セ	5	
		ソ	2	
	(6)	タ	4	
	(7)	チ	7	
		ツ	4	

大問	小問		正答	配点
3	(1)	ア	5	※
		イ	6	
	(2)	ウ	1	
	(3)	エ	2	
		オ	0	
		カ	2	
	(4)	キ	1	
		ク	7	

大問	小問		正答	配点
4	(1)	ア	3	※
		イ	2	
		ウ	1	
		エ	6	
		オ	−	
		カ	6	
		キ	6	
	(2)	ク	2	
		ケ	7	
		コ	2	
	(3)	サ	9	
		シ	6	
		ス	6	
		セ	−	
		ソ	9	
		タ	2	
		チ	7	
		ツ	2	
	(4)	テ	2	
		ト	8	
		ナ	8	

大問	小問		正答	配点
5	(1)	ア	3	※
	(2)	イ	1	
		ウ	8	
		エ	4	
		オ	8	
	(3)	カ	1	
		キ	3	
		ク	3	
		ケ	1	
		コ	6	
	(4)	サ	3	
		シ	−	
		ス	3	
		セ	2	
		ソ	4	
		タ	5	
		チ	2	
		ツ	2	
		テ	7	
		ト	2	
		ナ	8	
		ニ	1	
		ヌ	2	
		ネ	2	
		ノ	1	
		ハ	5	