（5 —日）

数　学

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは午前11時10分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙にＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し，解答用紙だけを提出しなさい。

5　答えに根号が含まれるときは，根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中を最も小さい自然数にしなさい。

6　答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\left(\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{24}-\sqrt{3}}{3}\right)\times(\sqrt{2}+1)$ を計算せよ。

〔問2〕 二次方程式 $x^2-5x+6=0$ の2つの解の和が，x についての二次方程式 $x^2-2ax+a^2-1=0$ の解の1つになっているとき，a の値を全て求めよ。

〔問3〕 一次関数 $y=px+q$ $(p<0)$ における x の変域が $-7\leqq x\leqq 5$ のときの y の変域と，一次関数 $y=x-3$ における x の変域が $-1\leqq x\leqq 5$ のときの y の変域が一致するとき，定数 p，q の値を求めよ。

〔問4〕 1から7までの数字を1つずつ書いた7枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$ が入った袋がある。

この袋からAさんが1枚のカードを取り出し，その取り出したカードを戻さずに，残りの6枚のカードからBさんが1枚のカードを取り出すとき，2人が取り出した2枚のカードに書いてある数の和から2を引いた数が素数になる確率を求めよ。

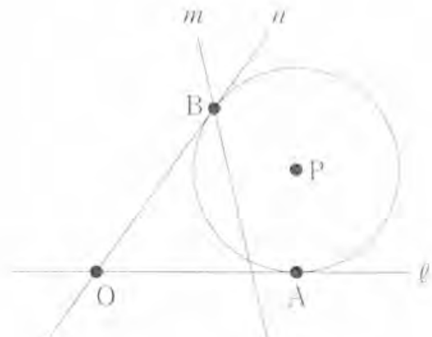
ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 右の図で，点A，点Oは直線 ℓ 上にある異なる点，直線 m は線分OAと交わる直線で，点Bは直線 m 上にある点である。

点Pは，点Aで直線 ℓ に，点Bで2点B，Oを通る直線 n に，それぞれ接する円の中心である。

解答欄に示した図をもとにして，点Bと点Pをそれぞれ1つ，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Bと点Pの位置を示す文字B，Pも書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

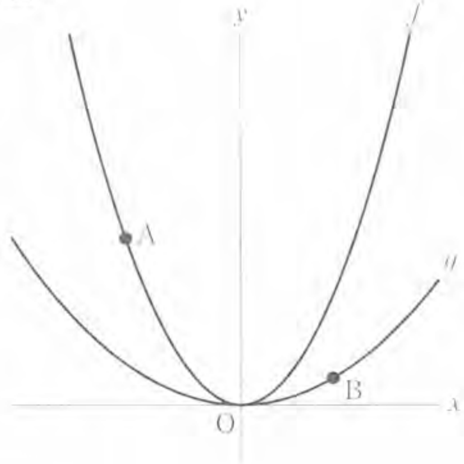


2 右の図1で，点Oは原点，曲線 f は関数 $y=x^2$ のグラフ，曲線 g は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

曲線 f 上にあり x 座標が負の数である点をA，曲線 g 上にあり，x 座標が正の数で，y 座標が点Aの y 座標よりも小さい点をBとする。

点Oから点 $(1,\ 0)$ までの距離，および点Oから点 $(0,\ 1)$ までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

図1



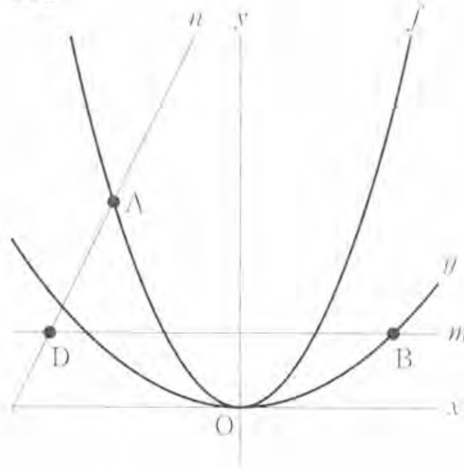
〔問1〕 2点A，Bを通る直線を引き，x 軸との交点をCとした場合を考える。

点Bの x 座標が $\frac{4}{3}$，AB：BC＝21：4のとき，点Aの座標を求めよ。

〔問２〕　右の**図２**は，**図１**において，点Ｂを通り x 軸に平行な直線 m を引き，直線 m 上にあり x 座標が負の数である点をＤとし，２点Ａ，Ｄを通る直線 n を引いた場合を表している。

次の（1），（2）に答えよ。

図２



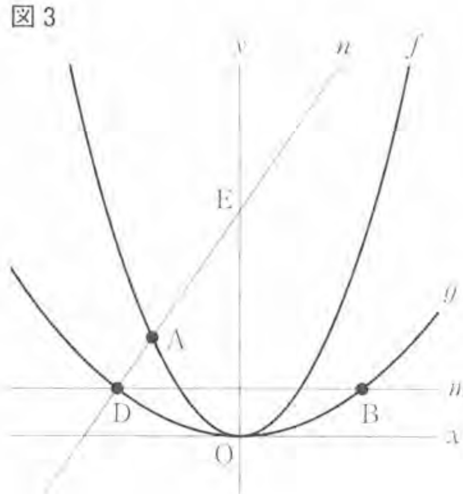
（1）　右の**図３**は，**図２**において，点Ｄが曲線 g 上にあり，直線 n の傾きが正の数のとき，直線 n と y 軸との交点をＥとした場合を表している。

２点Ｂ，Ｅを通る直線を引いた場合を考える。

直線BEの傾きが -2，DA：AE＝1：3のとき，点Ｂの x 座標を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

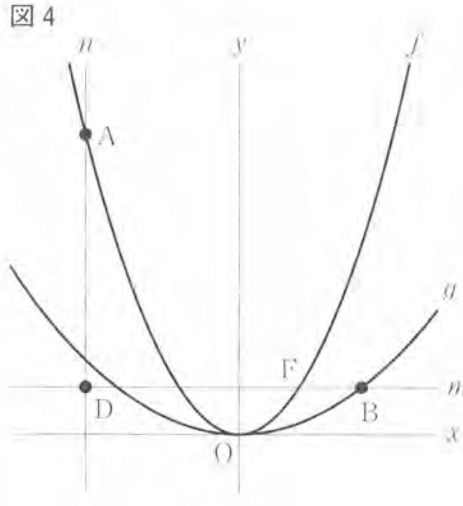
図３



（2）　右の**図４**は，**図２**において，直線 n が y 軸に平行なとき，曲線 f と直線 m との交点のうち，x 座標が正の数である点をＦとした場合を表している。

$\mathrm{BF}=\dfrac{1}{2}$ cm，AD＝2 cmのとき，２点Ａ，Ｆを通る直線の式を求めよ。

図４



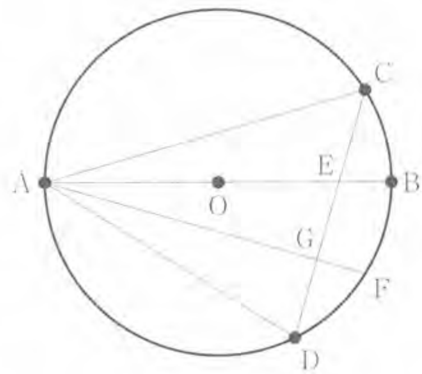
3 右の図で，点Oは線分ABを直径とする円の中心である。

点Cは，円Oの周上にあり，点A，点Bのいずれにも一致しない点，点Dは，点Cを含まない$\overset{\frown}{AB}$上にある点で，点Aと点C，点Aと点Dをそれぞれ結び，$2\angle BAC=\angle BAD$である。

点Cと点Dを結び，線分ABと線分CDとの交点をEとする。

$\angle BAD$の二等分線を引き，点Aを含まない$\overset{\frown}{BD}$との交点をFとし，線分AFと線分CDとの交点をGとする。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 $\angle ACD=50°$のとき，$\angle BAC$の大きさは何度か。

［問２］ 次の (1), (2) に答えよ。

(1) $\triangle ADG \equiv \triangle AEG$ であることを証明せよ。

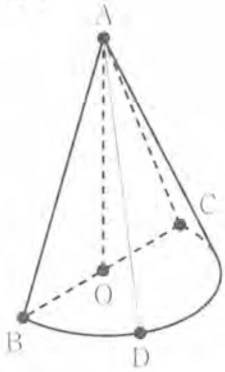
(2) $AO = 5$ cm, $AD = 8$ cm のとき，$AG : GF$ を最も簡単な整数の比で表せ。

4 右の**図1**に示した立体は，$\angle AOB = 90^\circ$ の $\triangle AOB$ を辺 AO を軸として 180° 回転させてできた立体であり，回転後に，点 B が移動した点を C とする。

点 D は $\overset{\frown}{BC}$ 上にある点で，点 B，点 C のいずれにも一致しない。

頂点 A と点 D を結ぶ。

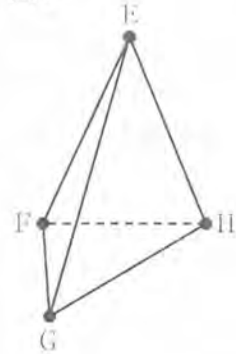
図1



右の**図2**に示した立体 E－FGH は，$FG = FH$，平面 FGH $\perp$ 平面 EGH の四面体である。

また，**図1**の $\triangle ABC$ と**図2**の $\triangle EGH$ において，$\triangle ABC \equiv \triangle EGH$ である。

図2

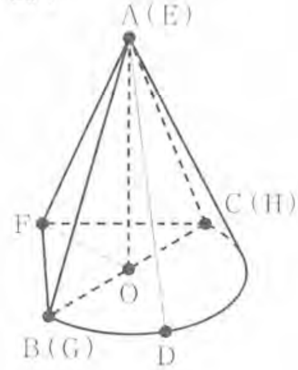


右の**図3**に示した立体は，**図1**の立体の面 ABC と**図2**の立体の面 EGH とを，頂点 A に頂点 E が，点 B に頂点 G が，点 C に頂点 H が，それぞれ一致し，頂点 F が直線 BC に関して点 D と反対側にあるように重ね合わせた立体であり，4点 B，D，C，F は同一平面上にある。

頂点 F と点 O を結ぶ。

次の各問に答えよ。

図3



〔問1〕 **図3**において，点 D と点 O を通る直線 DO が辺 BF に平行なとき，直線 DO と辺 CF との交点を I とし，頂点 A と点 I を結んだ場合を考える。

$AO = 6$ cm，$BO = 4$ cm，$FO = 3$ cm のとき，$\triangle ADI$ の面積は何 cm^2 か。

〔問2〕 **図3**において，点Dと頂点Fを結び，線分DF上に点Oがあるとき，線分AD上の点をJとし，頂点Fと点Jを結んだ場合を考える。

$AO = 6\,\mathrm{cm}$，$BC = 9\,\mathrm{cm}$，$FO = \dfrac{5}{2}\,\mathrm{cm}$，$DJ = 1\,\mathrm{cm}$のとき，線分FJの長さは何cmか。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問3〕 **図3**において，点Bと点D，点Cと点Dをそれぞれ結んだ場合を考える。

$\triangle BCF$が一辺の長さ6cmの正三角形，$AF : FO = 3 : 1$，$\overset{\frown}{BD} : \overset{\frown}{DC} = 2 : 1$のとき，立体A－BDCFの体積は何$\mathrm{cm}^3$か。

＊受検番号欄は裏面にもあります。

(5-日)

解答用紙　数学

受	検	番	号			
⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪
①	①	①	①	①	①	①
②	②	②	②	②	②	②
③	③	③	③	③	③	③
④	④	④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

マーク・解答上の注意事項

1　受検番号欄は、HB又はBの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って、◯の中を正確に塗りつぶすこと。

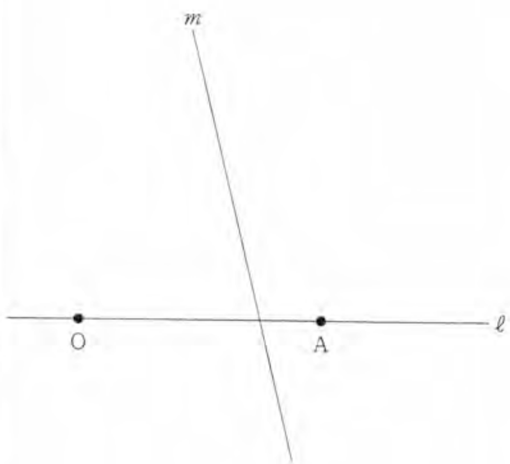
2　記入した内容を直すときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。

3　決められた欄以外にマークしたり、記入したりしないこと。

良い例	悪い例
●	線　小さい　はみ出し　丸囲み　レ点　うすい

1

〔問1〕	
〔問2〕	
〔問3〕	$p=$　　　　, $q=$
〔問4〕	
〔問5〕	



2

〔問1〕		(　　　　,　　　　)
〔問2〕	(1)	【　途中の式や計算など　】

（答え）

〔問2〕	(2)	$y=$

解答用紙　**数　学**

受	検	番	号			

(5-日)

3		
〔問1〕		度
〔問2〕	(1)	【 証　明 】
〔問2〕	(2)	AG : GF = 　　:

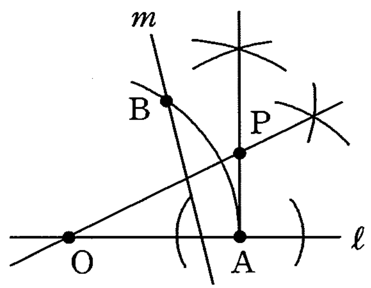
4	
〔問1〕	cm^2
〔問2〕	【 途中の式や計算など 】 (答え)　cm
〔問3〕	cm^3

数　　学

正　答　表

1

		点
〔問 1〕	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	5
〔問 2〕	4, 6	5
〔問 3〕	$p=-\frac{1}{2},\ q=-\frac{3}{2}$	5
〔問 4〕	$\frac{10}{21}$	5
〔問 5〕解答例		5



2

			点
〔問 1〕		$\left(-\frac{5}{3},\ \frac{25}{9}\right)$	7
〔問 2〕解答例	(1)	【途中の式や計算など】	10

点Bの座標を$\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$　$(t>0)$　とすると，

点Dの座標は$\left(-t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$

点Aから直線mに垂線を引き，交点をH，

y軸と直線mとの交点を点Gとする。

AH∥EGであるからDH : DG＝DA : DE＝1 : 4より，

点Aのx座標は$-\frac{3}{4}t$

よって，点Aの座標は$\left(-\frac{3}{4}t,\ \frac{9}{16}t^2\right)$

また，AH∥EGであるからAH : EG＝DA : DEより，

$\left(\frac{9}{16}t^2-\frac{1}{4}t^2\right) : EG=1:4$

よって，$EG=4\left(\frac{9}{16}t^2-\frac{1}{4}t^2\right)=\frac{5}{4}t^2$

さらに，2点B，Eを通る直線の傾きが-2であるから，

EG＝2BG

ゆえに，$\frac{5}{4}t^2=2t$

よって，　$5t^2-8t=0$

$t(5t-8)=0$

$t>0$より，　$t=\frac{8}{5}$　となる。

よって，点Bのx座標は$\frac{8}{5}$となる。

(答え)　$\frac{8}{5}$

			点
〔問 2〕	(2)	$y=-x+\frac{3}{4}$	8

3

			点
〔問 1〕		20　度	7
〔問 2〕解答例	(1)	【　証　明　】	10

△ADGと△AEGにおいて，

AG＝AG(共通)　……①

∠BADの二等分線より，∠DAF＝∠BAF

よって，　∠DAG＝∠EAG＝$\frac{1}{2}$∠BAD　……②

2∠BAC＝∠BADより，　∠BAC＝$\frac{1}{2}$∠BAD

よって，　∠DAG＝∠BAC

また，点Bと点Dを結び，$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角に等しいから

∠BAC＝∠BDC

よって，　∠DAG＝∠BDC

半円の弧に対する円周角より，　∠ADB＝90°

∠ADB＝∠ADG＋∠BDC

＝∠ADG＋∠DAG

△ADGにおいて，　∠AGD＝180°－(∠ADG＋∠DAG)

＝180°－∠ADB

＝90°

∠AGE＝180°－∠AGD＝90°

よって，　∠AGD＝∠AGE　……③

①，②，③より，

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ADG≡△AEG

			点
〔問 2〕	(2)	AG : GF＝4 : 1	8

4

		点
〔問 1〕	$\frac{39}{2}$　cm^2	7
〔問 2〕解答例	【途中の式や計算など】	10

$DO=\frac{1}{2}BC=\frac{9}{2}$

△ADOにおいて三平方の定理より，

$AD^2=AO^2+DO^2=6^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2=\frac{225}{4}$

$AD>0$より，　$AD=\frac{15}{2}$

点Jから線分DOに垂線を引き，交点をKとする。

△DOAと△DKJにおいて，AO∥JKより，

DO : DK＝DA : DJ

$\frac{9}{2}$: DK＝$\frac{15}{2}$: 1　　よって，　DK＝$\frac{3}{5}$

FK＝DF－DK＝(DO＋FO)－DK

$=\left(\frac{9}{2}+\frac{5}{2}\right)-\frac{3}{5}=\frac{32}{5}$

また，AO∥JKより，　DA : DJ＝AO : JK

$\frac{15}{2}$: 1＝6 : JK　　よって，　JK＝$\frac{4}{5}$

△FJKにおいて三平方の定理より，

$FJ^2=FK^2+JK^2=\left(\frac{32}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2$

$=\left(\frac{4}{5}\right)^2\times(8^2+1)=\left(\frac{4}{5}\right)^2\times65$

$FJ>0$より　$FJ=\frac{4\sqrt{65}}{5}$ (cm)

(答え)　$\frac{4\sqrt{65}}{5}$　cm

		点
〔問 3〕	$81\sqrt{2}$　cm^3	8