5－立 数学

数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時10分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　計算が必要なときは，この問題用紙の余白を利用しなさい。

5　解答は全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆**（**シャープペンシルも可**）を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

6　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。**

7　**円周率はπを用いなさい。**

8　解答は，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

9　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい解答を書きなさい。

10　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。**

11　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\dfrac{(\sqrt{11}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{22})}{2\sqrt{2}}+\dfrac{(\sqrt{6}-3\sqrt{2})^2}{3}$ の値を求めよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} 14x + 3y = 17.5 \\ 3x + 2y = \dfrac{69}{7} \end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 x についての 2 次方程式 $(x-2)^2 = 7(x-2) + 30$ を解け。

〔問 4〕 1，3，5，7，8 の数字を 1 つずつ書いた 5 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{3}$，$\boxed{5}$，$\boxed{7}$，$\boxed{8}$ が袋の中に入っている。

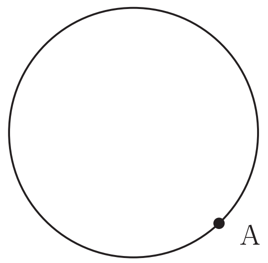
この袋の中からカードを 1 枚取り出してそのカードに書いてある数字を十の位の数とし，この袋の中に残った 4 枚のカードから 1 枚取り出してそのカードに書いてある数字を一の位の数として，2 桁の整数をつくるとき，つくった 2 桁の整数が 3 の倍数になる確率を求めよ。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 下の図は，円と円周上にある点 A を表している。

解答欄に示した図をもとにして，点 A における円の接線を，定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

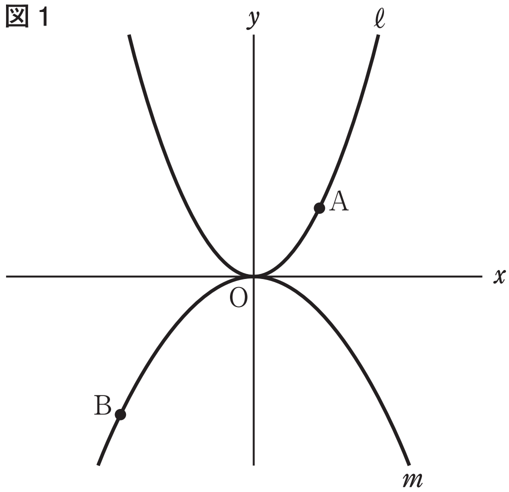


2 　右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 ℓ は $y = ax^2$ $(a > 0)$，曲線 m は $y = bx^2$ $(b < 0)$ のグラフを表している。

曲線 ℓ 上にある点を A，曲線 m 上にある点を B とする。

原点から点 (1, 0) までの距離，および原点から点 (0, 1) までの距離をそれぞれ 1 cm として，次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕　**図 1** において，$a = 2$，$b = -\dfrac{3}{2}$，点 A の x 座標を 2，点 B の x 座標を -1 としたとき，2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。

〔問 2〕　**図 1** において，$a = \dfrac{1}{4}$，点 A の x 座標を 4，点 B の x 座標を 1 とし，点 O と点 A，点 O と点 B，点 A と点 B をそれぞれ結んだ場合を考える。

△OAB が二等辺三角形となるとき，b の値を求めよ。

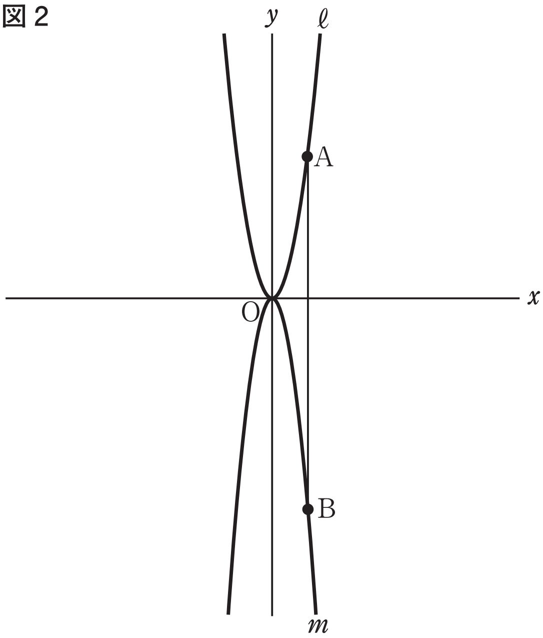
ただし，OB = AB の場合は除く。

また，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問3〕　右の**図2**は，**図1**において，$a = 2$，$b = -3$で，点A，点Bのx座標がともに2のとき，点Aと点Bを結んだ場合を表している。

　線分ABを点Oを中心として反時計回りに360°回転移動させたとき，線分ABが通ってできる図形の面積は何cm^2か。

図2

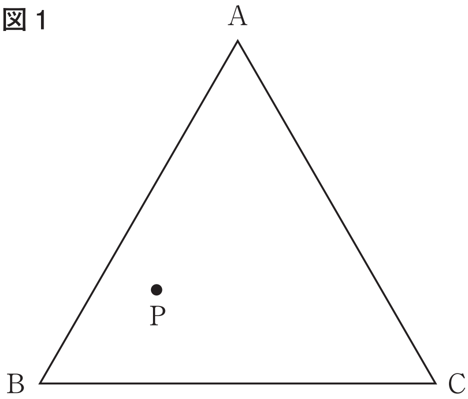


3　右の**図 1** で，△ABC は，１辺の長さが $2a$ cm の正三角形である。

△ABC の内部にあり，△ABC の辺上になく，頂点にも一致しない点を P とする。

次の各問に答えよ。

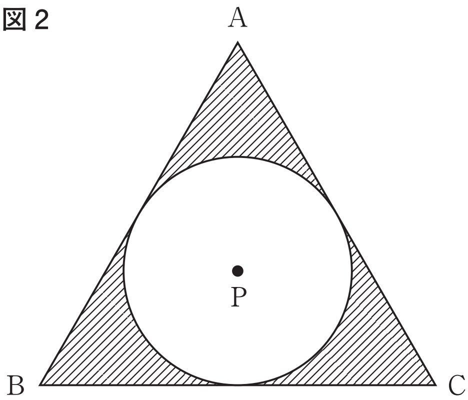
図 1



〔問 1〕　右の**図 2** は，**図 1** において，点 P を中心とする円が△ABC の 3 つの辺に接する場合を表している。

このとき，で示された図形の面積は何 cm^2 か。a を用いて表せ。

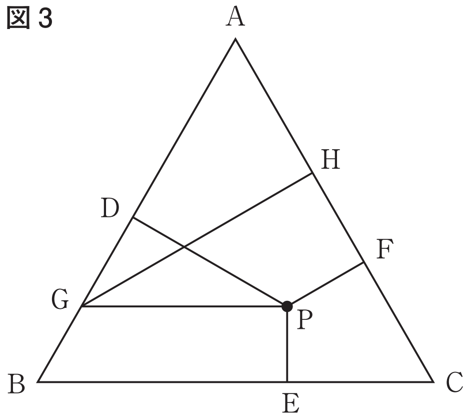
図 2



〔問 2〕　右の**図 3** は，**図 1** において，点 P から辺 AB，辺 BC，辺 CA にそれぞれ垂線を引き，辺 AB，辺 BC，辺 CA との交点をそれぞれ D，E，F とし，点 P を通り辺 BC に平行な直線を引き，辺 AB との交点を G，点 G を通り線分 PF に平行な直線を引き，辺 AC との交点を H とした場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

図 3

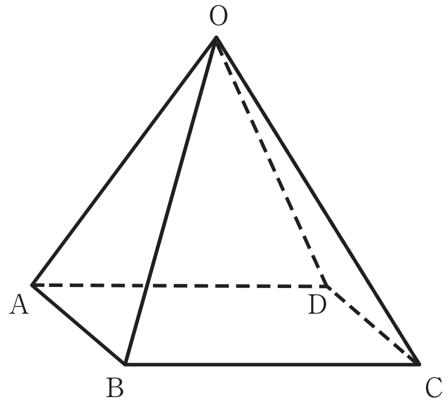


(1)　DP + PF = GH であることを証明せよ。

(2)　PD + PE + PF = ℓ cm とするとき，ℓ を a を用いて表せ。

4 右の**図１**に示した立体O-ABCDは，
底面ABCDが１辺の長さ a cmの正方形で，
OA = OB = OC = OD，高さが b cmの
正四角すいである。
次の各問に答えよ。

図１



〔問１〕 **図１**において，$a = 4$，$b = 3$ のとき，
辺OCの長さは何cmか。

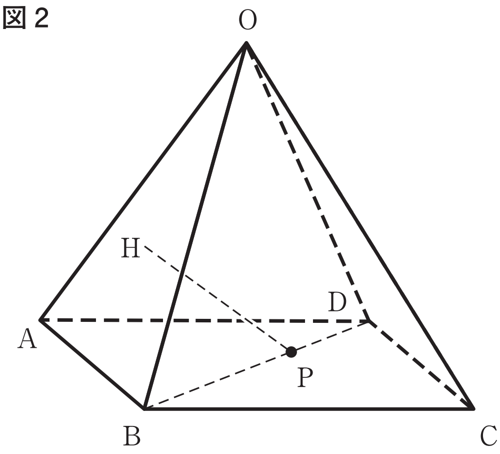
〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，$a = 6\sqrt{2}$，$b = 3\sqrt{6}$ のとき，頂点 B と頂点 D を結び，線分 BD 上にあり，BP：PD = 2：1 となる点を P とし，点 P から面 OAB へ垂線を引き，その交点を H とした場合を表している。

頂点 O と点 P，頂点 A と点 P をそれぞれ結んだ場合を考える。

線分 PH の長さは $2\sqrt{6}$ cm である。

次の(1)，(2)に答えよ。

図 2

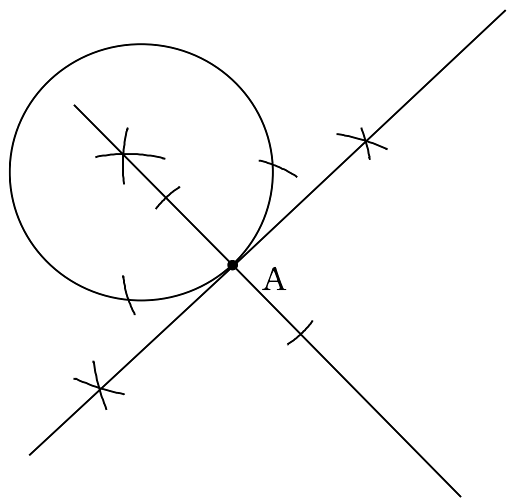


(1)　**図 2** において，線分 PH の長さが $2\sqrt{6}$ cm となることを説明せよ。
ただし，説明の過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

(2)　**図 2** において，頂点 O と点 H を結んでできる線分 OH の長さは何 cm か。

正　答　表　　　　　数　　学　　　　　(5－立)

1		点
〔問 1〕	$12-4\sqrt{3}$	5
〔問 2〕	$x=\frac{2}{7}$，$y=\frac{9}{2}$	5
〔問 3〕	-1 , 12	5
〔問 4〕	$\frac{2}{5}$	5
〔問 5〕		5



2		点
〔問 1〕	$y=\frac{19}{6}x+\frac{5}{3}$	7
〔問 2〕	【　途中の式や計算など　】	11

点 A の座標は $(4,\ 4)$，点 B の座標は $(1,\ b)$ である。

$OA^2=32$　, $OB^2=b^2+1$

$AB^2=(4-1)^2+(4-b)^2=b^2-8b+25$

［1］OA＝AB のとき，$OA^2=AB^2$ だから，

$32=b^2-8b+25$

$b^2-8b-7=0$

$b=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times1\times(-7)}}{2\times1}$

$=\frac{8\pm\sqrt{92}}{2}=\frac{8\pm2\sqrt{23}}{2}=4\pm\sqrt{23}$

$b<0$　より

$b=4-\sqrt{23}$

［2］OA＝OB のとき，$OA^2=OB^2$ だから，

$32=b^2+1$

$b^2=31$

$b=\pm\sqrt{31}$

$b<0$　より

$b=-\sqrt{31}$

［1］［2］より，

$b=4-\sqrt{23},-\sqrt{31}$

(答え)　$4-\sqrt{23},-\sqrt{31}$

〔問 3〕	144π　　cm^2	7

3			点
〔問 1〕		$\left(\sqrt{3}a^2-\frac{\pi}{3}a^2\right)$　cm^2	7
〔問 2〕	(1)	【　証　明　】	11

点 P を通り線分 GH に垂直な直線を引き，線分 GH との交点を I，辺 BC との交点を J とする。

△ DGP と△ IPG において

GP∥BCより，平行線の同位角は等しいので，

∠DGP=∠ABC= 60° …①,

∠IPG=∠IJB…②

GH∥PF，∠PFC= 90° より，∠GHC= 90°

また，∠GIP= 90° だから，同位角が等しいため，

IJ∥AC である。

平行線の同位角は等しいから，

∠ACB=∠IJB…③

②，③から，∠IPG=∠ACB= 60° …④

①，④より，∠DGP=∠IPG …⑤

∠GDP=∠PIG= 90° …⑥

GP は共通 …⑦

⑤，⑥，⑦より

△ DGP と△ IPG は直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいため，△ DGP≡△ IPG

よって，DP=IG …⑧

また，四角形 IPFH は4つの角が等しいため，長方形である。

よって PF=IH …⑨

⑧，⑨より，DP+PF=IG+IH=GH である。

〔問 2〕	(2)	$\ell=\sqrt{3}a$	7

4			点
〔問 1〕		$\sqrt{17}$　　cm	7
〔問 2〕	(1)	【　途中の式や計算など　】	11

△PAB の面積は，△DAB の面積の $\frac{2}{3}$ 倍であり，

△DAB の面積は，正方形 ABCD の面積の $\frac{1}{2}$ 倍であるから，

△PAB の面積は，正方形 ABCD の面積の $\frac{1}{3}$ 倍である。

よって，三角すい O - ABP の体積は，

四角すい O - ABCD の体積の $\frac{1}{3}$ 倍であるので，

$\frac{1}{3}\times(6\sqrt{2})^2\times3\sqrt{6}\times\frac{1}{3}=24\sqrt{6}\,(cm^3)$

次に，△OAB の面積を求める。

AB の中点をM とすると，

$BM=3\sqrt{2}$

頂点 O から正方形 ABCD に垂線を引き，その交点をE とすると

四角形 ABCD が正方形だから，ME=BM である。

$OM^2=ME^2+OE^2=(3\sqrt{2})^2+(3\sqrt{6})^2=72$

$OM=6\sqrt{2}$

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=36$

三角すい O - ABP の体積は，$\frac{1}{3}\times\triangle OAB\times PH$ なので

$\frac{1}{3}\times36\times PH=24\sqrt{6}$

よって，　$PH=2\sqrt{6}\,(cm)$

〔問 2〕	(2)	$\sqrt{34}$　　cm	7

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4
25	25	25	25

合　計　得　点
100