数

令和５年度

数　　　学

（１０：４０～１１：３０）

注　　　意

１　検査開始のチャイムがなるまで開いてはいけません。
２　問題用紙の１ページから10ページに，問題が$\boxed{1}$から$\boxed{6}$まであります。 これとは別に解答用紙が１枚あります。
３　問題用紙と解答用紙に受検番号を書きなさい。
４　答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

受検番号	第　　　　　番

$\boxed{1}$ 次の（1）～（8）に答えなさい。

（1） $12 \div (-8) \times 6$ を計算しなさい。

（2） $\dfrac{2x-y}{3} - \dfrac{3x+2y}{6}$ を計算しなさい。

（3） 下の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ 4x+5y=13 \end{cases}$$

（4） $\sqrt{18} - \sqrt{98} + \sqrt{32}$ を計算しなさい。

（5） $x^2+16x-36$　を因数分解しなさい。

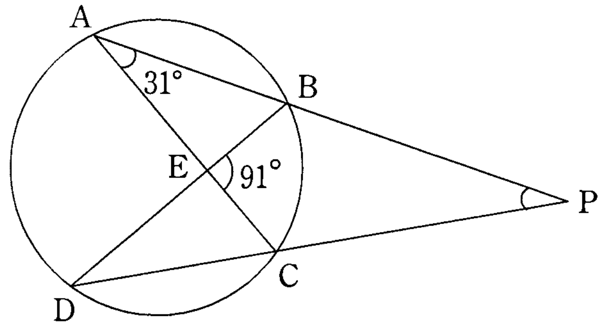
（6） 3つの直線 $y=x-7$，$y=-2x+8$，$y=ax$ があります。$a=2$ のとき，この3つの直線は交わり三角形ができます。この3つの直線で三角形ができないような a の値は全部で何個あるか，その個数を求めなさい。

（7） 円周率を π とします。半径が 10 cmで，弧の長さが 5π cmのおうぎ形の面積を求めなさい。

（8） A，B，C，D，E の5つの野球チームがあります。各チームが他の4チームと対戦する総当たり戦を行うとき，全部で何試合になるか，その試合数を求めなさい。

2 次の（1）～（3）に答えなさい。

（1）下の図のように，円周上に4点A，B，C，Dがあり，線分ACと線分BDの交点をEとします。また，線分ABの延長と線分DCの延長との交点をPとします。
$\angle$BAE＝31°，$\angle$BEC＝91°のとき，$\angle$APDの大きさを求めなさい。



（2）袋の中に同じ形をした様々な色のペットボトルのキャップが2000個あります。この袋の中から120個のキャップを無作為に抽出し各色の個数を調べた結果，下の表のようになりました。この袋の中に入っていた2000個のキャップのうち，白色のキャップはおよそ何個入っていると推定できますか。その個数を一の位を四捨五入して答えなさい。

キャップの色	白	青	黒	黄緑	その他	合計
個数	34	44	12	16	14	120

（3）右の図は，2023年3月のカレンダーです。福山さんは，このカレンダーの数をいろいろに囲み，囲んだ数の和の性質について考えています。右の図のように縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数の和について，下のことを予想しました。

月	火	水	木	金	土	日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

【予想】

縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数の和は，左上の数が偶数のとき，8の倍数になる。

福山さんは，この【予想】がいつでも成り立つことを，下のように説明しました。

【福山さんの説明】

n を整数とする。このとき，縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数のうち，左上の数は偶数なので $2n$ と表すことができる。

したがって，縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数の和は，左上の数が偶数のとき8の倍数になる。

【福山さんの説明】の ┊　　┊ に説明の続きを書き，説明を完成させなさい。

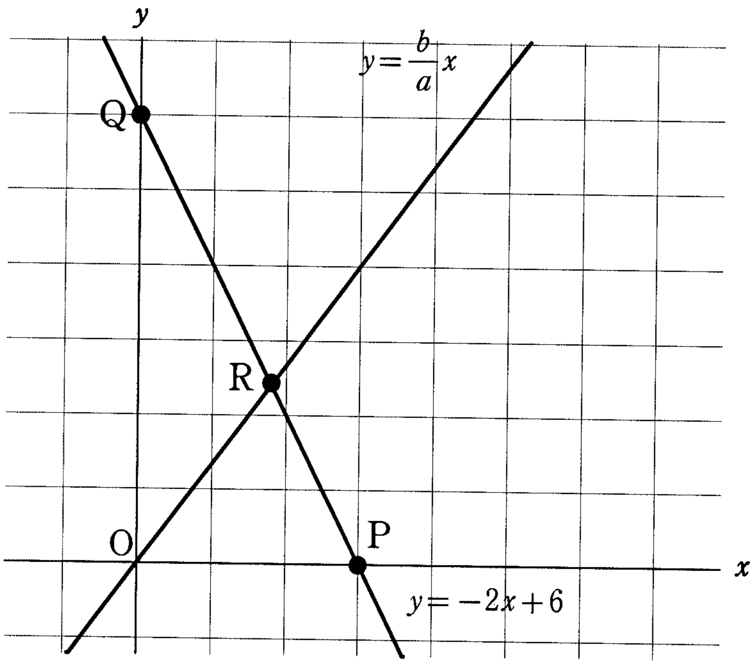
3　正しく作られた大小２つのさいころを同時に１回投げます。このとき，大きいさいころの出た目を a，小さいさいころの出た目を b とします。

これについて，次の（１）～（３）に答えなさい。

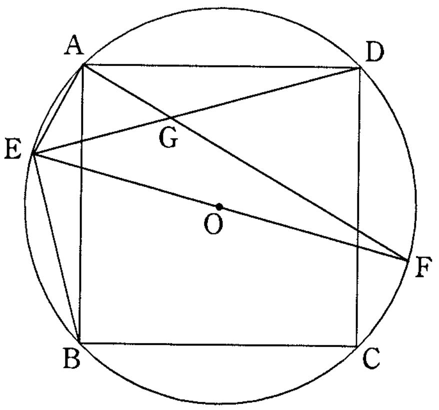
（１）出た目の和 $a+b$ が 10 となる確率を求めなさい。

（２）$\dfrac{b}{a}$ が素数となる確率を求めなさい。

（３）下の図のように，２つの直線 $y=\dfrac{b}{a}x$，$y=-2x+6$ があります。２点 P，Qはそれぞれ直線 $y=-2x+6$ と x 軸，y 軸との交点であり，点Rは直線 $y=\dfrac{b}{a}x$ と 直線 $y=-2x+6$ との交点です。このとき，△OPRの面積が $\dfrac{9}{2}$ となる確率を求めなさい。



4　下の図の四角形ABCDは，面積が$25\,\mathrm{cm}^2$の正方形であり，4つの頂点A，B，C，Dは円Oの円周上の点です。また，EFは円Oの直径であり，線分AFと線分EDの交点をGとします。



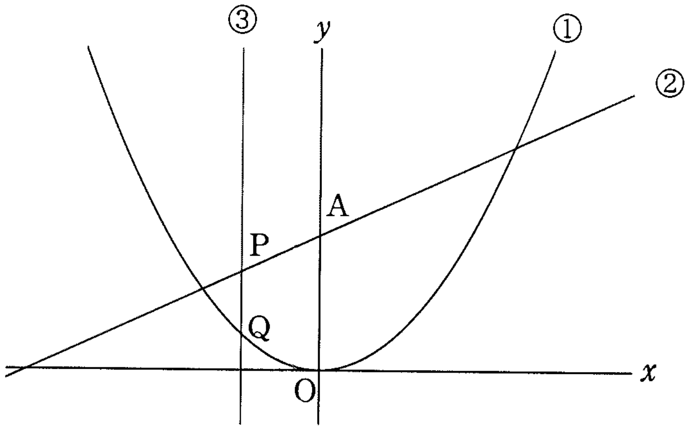
これについて，次の（1）～（3）に答えなさい。

（1）円Oの直径EFの長さを求めなさい。

（2）$\triangle AEB \backsim \triangle EGF$を証明しなさい。

（3）$AE = 1\,\mathrm{cm}$のとき，線分GFの長さを求めなさい。

5 下の図のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ …①のグラフと，関数 $y=\frac{2}{3}x+5$ …② のグラフ，y 軸に平行な直線 $x=t$…③ があります。関数 ② のグラフと y 軸との交点をA，関数 ② のグラフと直線 ③ の交点を P，関数 ① のグラフと直線 ③ の交点をQ とします。ただし，t の範囲は$-3<t<5$ とします。



これについて，次の（1）～（3）に答えなさい。

（1） $t=-1$ のとき，線分PQの長さを求めなさい。

（2）PQ=2 となるとき，t の値をすべて求めなさい。

（３）四角形ＡＯＱＰが平行四辺形になるとき，点Ｐの座標を求めなさい。

6 赤坂さんと福山さんは，数学の授業で図形の性質を学んでいます。ある日の授業で形が違う２つの長方形の紙が配られ，先生から下の【課題】が提示されました。

【課題】

長方形ABCDがあり，AB＜BCとします。対角線ACを折り目として折り返し，頂点Bが移った点をEとし，辺ADと辺CEの交点をFとします。このとき，できる図形についてどのような性質があるか考えなさい。

赤坂さんと福山さんは，配られた長方形を折ったときの状況から，ノートに下のような図をかき，どのような性質があるのかを考えることにしました。

図１　赤坂さんのかいた図

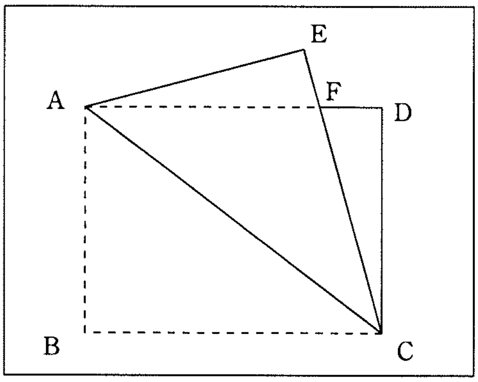
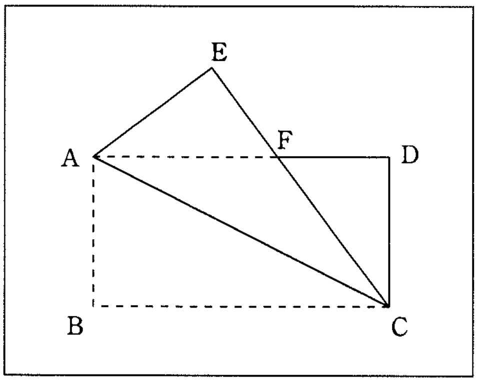


図２　福山さんのかいた図



赤坂さん「課題のように長方形を折ったときの状況を図にすると，たくさんの三角形があることが分かるね。」
福山さん「この図形の中に何か性質が隠されているんだね。」
赤坂さん「△AEFと△CDFは合同になりそうだね。」
福山さん「本当だ。僕は①△FACは二等辺三角形ではないかと思う。」
赤坂さん「長方形の形が違っても△FACは二等辺三角形に見えるね。」
福山さん「他にはないかな。」
赤坂さん「②点Eと点Dを結んで△FEDを作ると，△FEDと△FACは，相似になりそうだね。これらのことを利用すると△FEDの面積を求められそうだ。」
福山さん「長方形を対角線を折り目として折っただけで，たくさんの発見があったね。」

これについて，次の（1）～（3）に答えなさい。

（1）下線部①について，福山さんは次のように証明しました。

【福山さんの証明】

△AEFと△CDFにおいて
四角形ABCDは長方形より ∠AEF＝∠CDF＝90°…①
AE＝CD…②
対頂角は等しいから ∠EFA＝∠DFC…③
∠EAF＝180°－(90°＋∠EFA)…④
∠DCF＝180°－(90°＋∠DFC)…⑤
③，④，⑤より，∠EAF＝∠DCF…⑥
①，②，⑥より，$\boxed{}$ がそれぞれ等しいから
△AEF≡△CDF
合同な図形の対応する辺は等しいから AF＝CF
△FACにおいて，2つの辺が等しいから二等辺三角形である。

福山さんの証明の $\boxed{}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

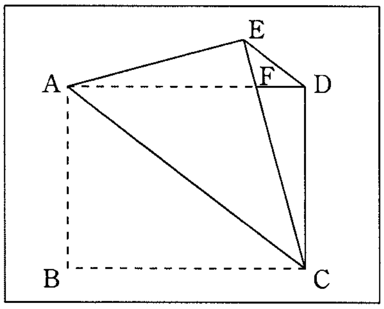
（2）長方形ABCDにおいて，AB＝6 cm，BC＝8 cm とします。△FACは二等辺三角形になることを利用して，△FACの面積を求めなさい。なお，答えを求める過程も分かるように書きなさい。

（3）下線部②について赤坂さんは，右の図のように△FEDを作り，△FEDと△FACが相似であることを証明しました。長方形ABCDにおいて，AB＝6 cm, BC＝8 cmとするとき，次の（ア）・（イ）を求めなさい。

（ア）△FED と△FACの相似比

（イ）△FED の面積

図3 点Eと点Dを結んだ図



受検番号	第　　　番

数　学　解答用紙

得点	

1	(1)	
	(2)	
	(3)	
	(4)	
	(5)	
	(6)	個
	(7)	cm^2
	(8)	試合

2	(1)	度
	(2)	個
	(3)	nを整数とする。このとき，縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数のうち，左上の数は偶数なので$2n$と表すことができる。 したがって，縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数の和は，左上の数が偶数のとき8の倍数になる。

3	(1)	
	(2)	
	(3)	

4	(1)	cm
	(2)	証明
	(3)	cm

5	(1)	
	(2)	
	(3)	

6	(1)		
	(2)		
	(3)	(ア)	△FED ： △FAC = 　：
		(イ)	cm^2

数学採点基準

問題番号		正答〔例〕	採点上の注意	配点	
1	(1)	-9		各4	32
	(2)	$\frac{x-4y}{6}$			
	(3)	$x=-3,\ y=5$			
	(4)	0			
	(5)	$(x+18)(x-2)$			
	(6)	3個			
	(7)	$25\pi\ \mathrm{cm}^2$			
	(8)	10　試合			
2	(1)	29　度		4	13
	(2)	570　個		4	
	(3)	nを整数とする。このとき，縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数のうち，左上の数は偶数なので$2n$と表すことができる。 残りの3つの数は　$2n+1$，$2n+7$，$2n+8$ と表される。 この4つの数の和は $2n+(2n+1)+(2n+7)+(2n+8)$ $=8n+16$ $=8(n+2)$ $n+2$ は整数であるから，$8(n+2)$ は 8の倍数である。 したがって，縦2つ，横2つを正方形で囲んだ4つの数の和は，左上の数が偶数のとき8の倍数になる。	小前提を省略したものについては，適宜減点とする。	5	
3	(1)	$\frac{1}{12}$		4	12
	(2)	$\frac{1}{6}$		4	
	(3)	$\frac{1}{12}$		4	

問題番号		正　答〔例〕	採点上の注意	配　点	
4	(1)	$5\sqrt{2}$　cm		4	16
	(2)	証明 △ABE と△EGF において $\overset{\frown}{AE}$ に対する円周角より　∠ABE＝∠EFG　…① DF に対する円周角より　∠FEG＝∠DAG　…② 半円の弧に対する円周角は直角だから ∠EAG＝90°　であるから ∠BAE＝　90°　－∠BAF 四角形 ABCD は正方形より ∠BAD＝90°　であるから ∠DAG＝　90°　―∠BAF よって，∠BAE＝∠DAG　…③ ②，③より　∠BAE　＝　∠FEG　…④ ①，④より　2 組の角がそれぞれ等しいから △ABE　∽　△EGF	小前提を省略したものについては，適宜減点とする。	8	
	(3)	6　cm		4	
5	(1)	4		4	12
	(2)	$1 \pm \sqrt{10}$		4	
	(3)	$\left(2, \dfrac{19}{3}\right)$		4	
6	(1)	1 組の辺とその両端の角が		3	15
	(2)	AF=x cm とすると △AFC は二等辺三角形より FC=x cm,　FD= 8－ x cm　となる。 △FCD において，三平方の定理より $(x-8)^2+6^2=x^2$ $x^2-16x+64+36=x^2$ $-16x=-100$ $x=\dfrac{25}{4}$ したがって，△FAC の面積は $\dfrac{25}{4}\times 6 \div 2=\dfrac{75}{4}$	小前提を省略したものについては，適宜減点とする。	6	
	(3)（ア）	△FED　：　△FAC＝　　7　：　25		3	
	(3)（イ）	$\dfrac{147}{100}$　cm^2		3	