

# 数 学

## 5 新 数 学

### 注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、8 ページにわたって印刷してあります。  
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 10 分です。
- 3 声を出して読むはいけません。
- 4 計算が必要なときは、この問題用紙の余白を利用しなさい。
- 5 解答は全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆 (シャープペンシルも可) を使って明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 6 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。また、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。
- 7 答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 8 解答を直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、新しい答えを書きなさい。
- 9 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、その数字の ○ の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 10 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕  $\sqrt{8} \times \sqrt{6} + \frac{\sqrt{12}}{3} - \frac{4}{\sqrt{3}} - \sqrt{\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}$  を計算せよ。

〔問2〕 連立方程式  $\begin{cases} 2x - 3y = 18 \\ ax + by = 20 \end{cases}$  と  $\begin{cases} 5x + 2y = 7 \\ bx - ay = 10 \end{cases}$  が同じ解をもつとき、

$a, b$  の値を求めよ。

〔問3〕  $x = \frac{-3 + \sqrt{2}}{2}, y = \frac{-3 - \sqrt{2}}{2}$  のとき、 $x^2 - y^2 - 4y - 6$  の値を求めよ。

〔問4〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

大きいさいころの出た目の数を  $a$ 、小さいさいころの出た目の数を  $b$  とするとき、 $2a + 5b$  が11の倍数となる確率を求めよ。

ただし、大小2つのさいころはともに、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

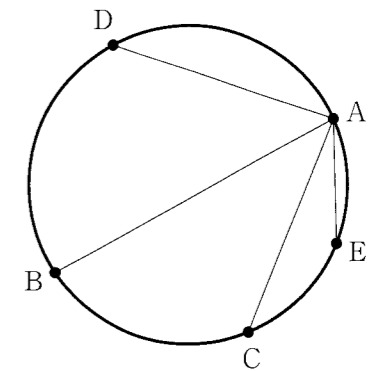
〔問5〕 右の図1で、3点A, B, Cは、1つの円周上にある点で、互いに一致しない。

点Cを含まない  $\widehat{AB}$  を2等分する点をD、点Bを含まない  $\widehat{AC}$  を2等分する点をEとする。

点Aと点B、点Aと点C、点Aと点D、点Aと点Eをそれぞれ結ぶ。

$\angle BAC = 40^\circ$  のとき、 $\angle DAE$  の大きさは何度か。

図1



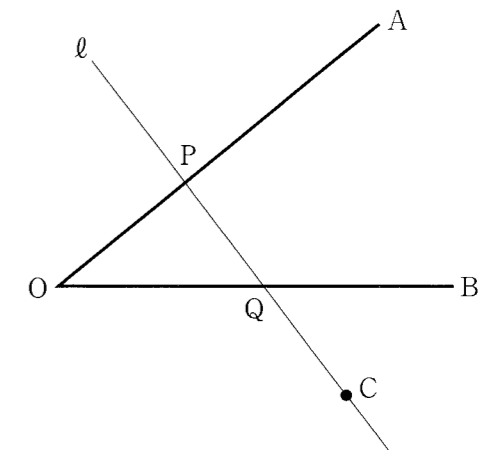
〔問6〕 右の図2で、点Cは、線分OA上にも線分OB上にもない点である。

点Cを通り線分OAにも線分OBにも交わる直線  $l$  を引き、線分OAとの交点をP、線分OBとの交点をQとする。

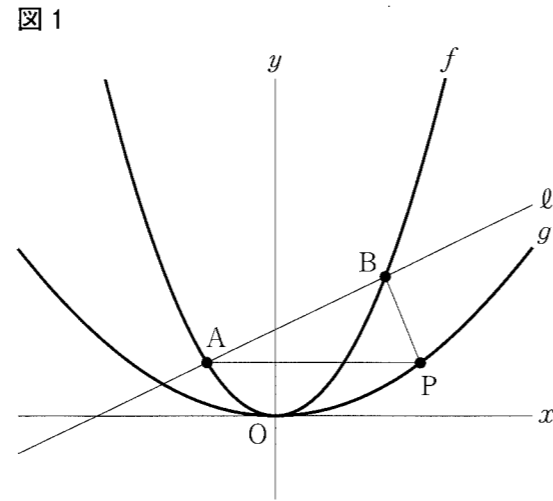
解答欄に示した図をもとにして、 $OP = OQ$  となる直線  $l$  を、定規とコンパスを用いて作図し、直線  $l$  を示す文字  $l$ 、点Pと点Qの位置を示す文字P, Qも書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2



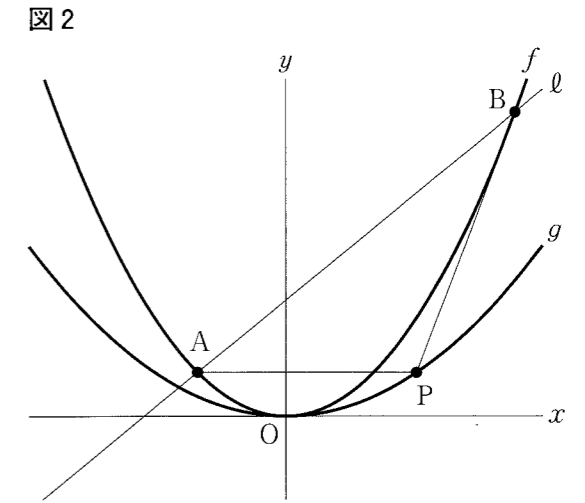
2 右の図1で、点Oは原点、  
 曲線fは関数  $y = ax^2$  ( $a > \frac{2}{9}$ ) のグラフ、  
 曲線gは関数  $y = \frac{2}{9}x^2$  のグラフを表している。  
 点A、点Bはともに曲線f上にあり、  
 点Aのx座標は負の数、点Bのx座標は  
 正の数で、点Bのy座標は点Aのy座標  
 より大きい。  
 点Pは曲線g上にあり、x座標が正の数で、  
 y座標が点Aのy座標と等しい。  
 2点A、Bを通る直線をℓとする。  
 点Aと点P、点Bと点Pをそれぞれ結ぶ。  
 原点から点(1, 0)までの距離、および原点  
 から点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cm  
 として、次の各問に答えよ。



[問1] 図1において、 $a = 2$ 、点Aのx座標が-1、  
 $\triangle APB$ の面積が  $\frac{9}{4} \text{ cm}^2$  のとき、直線ℓの式を求めよ。

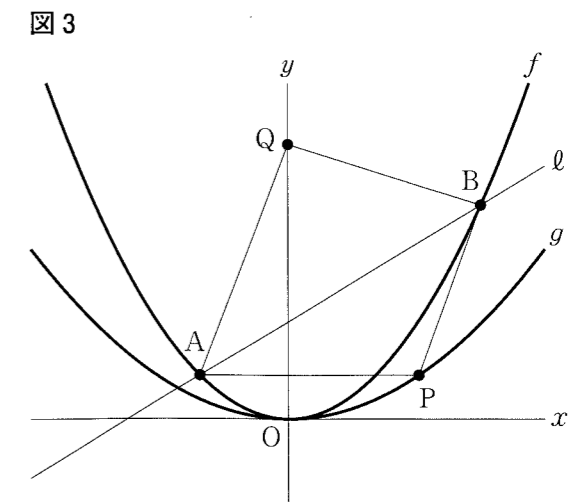
[問2] 右の図2は、図1において、  
 $a = \frac{1}{2}$  の場合を表している。  
 次の(1)、(2)に答えよ。

- (1) 図2において、点Bと点Pの  
 x座標が等しく、直線ℓの傾きが1の  
 場合を考える。  
 線分APの長さは何 cm か。  
 ただし、答えだけでなく、答えを  
 求める過程が分かるように、点Aの  
 x座標を  $-t$  ( $t > 0$ ) とし、途中の式や  
 計算などの続きと答えを書き、解答を  
 完成させよ。



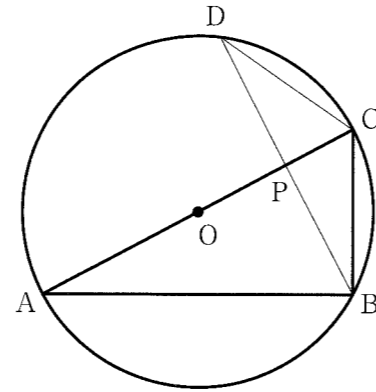
【解答】 点Aのx座標を  $-t$  ( $t > 0$ ) とする。

- (2) 右の図3は、図2において、  
 点Aのx座標が  $-\frac{1}{3}$ 、  
 直線ℓの式が  $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$  のとき、  
 y軸上にありy座標が  $\frac{1}{6}$  より大きい  
 点をQとし、点Aと点Q、点Bと  
 点Qをそれぞれ結んだ場合を表して  
 いる。  
 $\triangle APB$ の面積と  $\triangle ABQ$ の面積の  
 比が5:7のとき、点Qのy座標を  
 求めよ。



- 3 右の図1において、 $\triangle ABC$ は、 $AB = 8\text{ cm}$ 、 $BC = 4\text{ cm}$ 、 $\angle ABC = 90^\circ$ の直角三角形であり、点Oは辺ACを直径とする円の中心である。
- 頂点Bを通り辺ACに垂直な直線を引き、辺ACとの交点をP、円Oとの交点のうち頂点Bとは異なる点をDとする。
- 頂点Cと点Dを結び、次の各問に答えよ。

図1



- 〔問1〕 点Dは、線分ACを対称の軸として頂点Bと線対称な点であることを、下の□の中の□のように証明する。
- 下の①～⑦に当てはまる最も適切なものを、次の□の語群の中のア～トの中からそれぞれ1つずつ選び、記号で答えよ。また、同じ番号には同じ記号が入り、同じものを2度以上用いて答えてはならない。

語群

ア	CBP	イ	ABP	ウ	CAB	エ	BPC	オ	BDC	カ	BCP	キ	APB
ク	ACD	ケ	ABC	コ	相似	サ	同位角	シ	錯角	ス	対頂角		
セ	三平方の定理	ソ	円周角の定理	タ	円周角の定理の逆	チ	中点連結定理						
ツ	直角三角形	テ	正三角形	ト	二等辺三角形								

【証明】

頂点Bを含まない $\widehat{AD}$ において、①より  $\angle ABD = \angle$  ②

頂点Aを含まない $\widehat{BC}$ において、①より  $\angle BAC = \angle$  ③

$\triangle ABP$ において、 $\angle BAP + \angle$  ④  $= 90^\circ$ 、また  $\angle$  ④  $+ \angle CBP = 90^\circ$

このことから、 $\angle BAP = \angle$  ⑤ より  $\angle CDP = \angle$  ⑤

また、 $\angle CDP + \angle DCP = 90^\circ$  より  $\angle$  ⑤  $+ \angle BCP = 90^\circ$

このことから、 $\angle DCP = \angle$  ⑥ となる。

$\triangle BCD$ において、線分CPは $\angle DCB$ の二等分線で、線分BDに垂直だから $\triangle PCB$ と $\triangle PCD$ において、 $\angle CPB = \angle CPD = 90^\circ \dots (1)$ 、 $\angle DCP = \angle$  ⑥、CPは共通である。

よって、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle PCB \cong \triangle PCD$ である。

$\triangle BCD$ は、⑦であり、 $BP = DP \dots (2)$ である。

(1)、(2)より、点Dは、線分ACを対称の軸として頂点Bと線対称である。

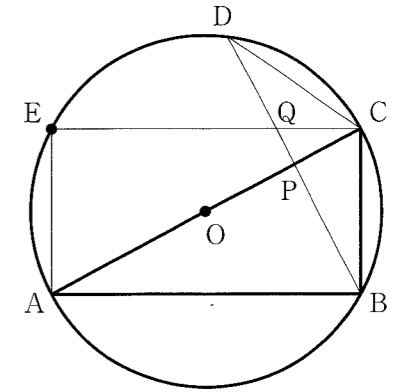
- 〔問2〕 右の図2は、図1において、

頂点Bを含まない $\widehat{AD}$ 上にある点をEとし、頂点Aと点E、頂点Cと点Eをそれぞれ結び、線分ECと線分BDとの交点をQとした場合を表している。

点Aと点Qを結んだ場合を考える。

$AE = 4\text{ cm}$ のとき、 $\triangle ACQ$ の面積は何 $\text{cm}^2$ か。

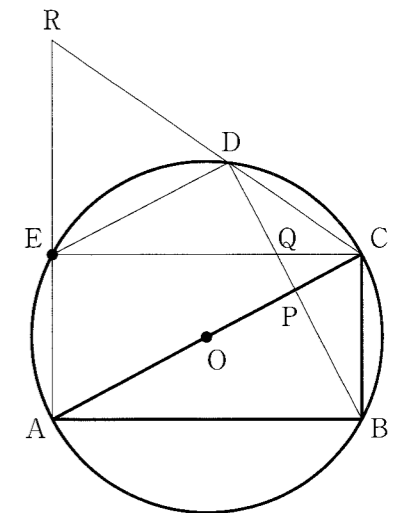
図2



- 〔問3〕 右の図3は、図2において、点Dと点Eを結び、線分AEをEの方向に延ばした直線と、線分CDをDの方向に延ばした直線との交点をRとした場合を表している。

$AE = 4\text{ cm}$ のとき、線分ERの長さは何 $\text{cm}$ か。

図3



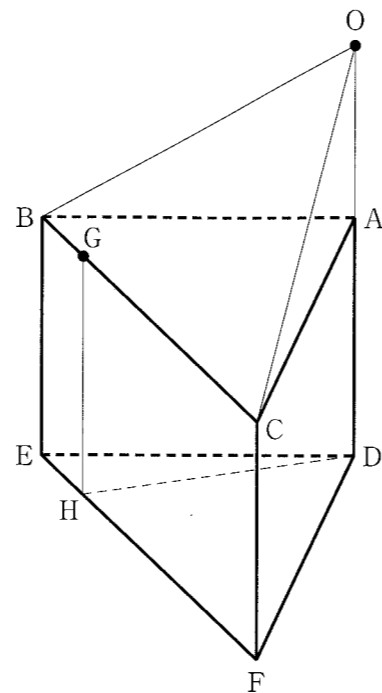
4 右の図1で、立体ABC-DEFは、  
側面が全て長方形で、 $AB = AC = AD = 8\text{ cm}$ 、  
 $BC = 12\text{ cm}$ の三角柱である。

辺DAをAの方向に延ばした直線上にあり  
 $AO = 6\text{ cm}$ となる点をOとし、  
頂点Bと点O、頂点Cと点Oをそれぞれ結ぶ。

辺BC上にある点をGとし、点Gを通り  
辺BEに平行な直線を引き、辺EFとの交点をH  
とし、頂点Dと点Hを結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 点Oと点Hを結んだ場合を考える。  
 $BG = 2\text{ cm}$ のとき、線分OHの長さは何cmか。

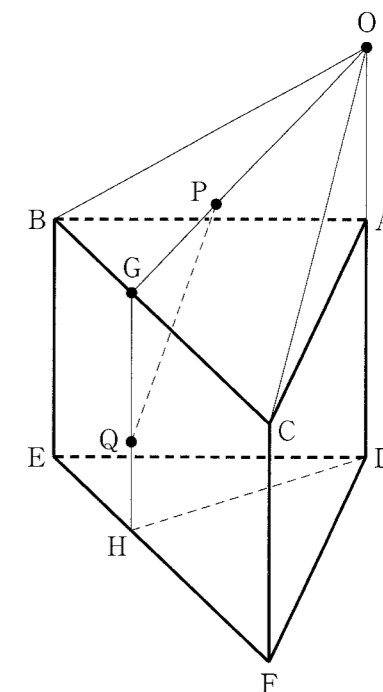
〔問2〕 右の図2は、図1において、  
点Oと点Gを結び、線分OG上にある点をP、  
線分GH上にある点をQとし、点Pと点Qを結び、  
 $PG = GQ$ の場合を表している。

次の(1)、(2)に答えよ。

(1) 頂点Aと点P、頂点Aと点Qをそれぞれ結んだ  
場合を考える。

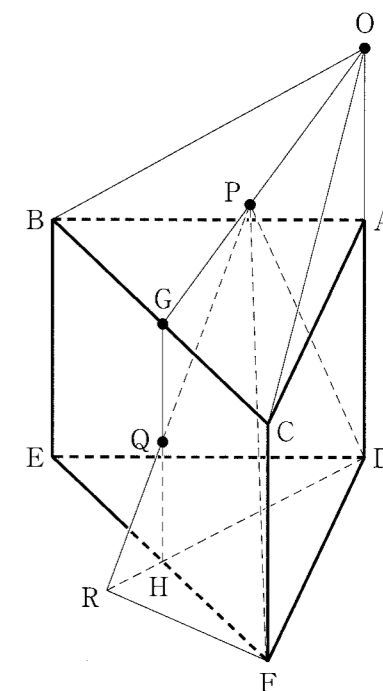
$BG = 4\text{ cm}$ 、 $PG = 6\text{ cm}$ のとき、  
 $\triangle APQ$ の面積は何 $\text{cm}^2$ か。

図2



(2) 右の図3は、図2において、  
線分PQをQの方向に延ばした直線と、  
線分DHをHの方向に延ばした直線との  
交点をRとし、頂点Dと点P、頂点Fと点P、  
頂点Fと点Rをそれぞれ結んだ場合を表している。  
 $BG = 6\text{ cm}$ 、 $PG = 4\text{ cm}$ のとき、  
立体P-DRFの体積は何 $\text{cm}^3$ か。

図3



1		配点
〔問 1〕	$\frac{8\sqrt{3}}{3}$	問1 5
〔問 2〕	$a = 4$	問2 3
	$b = -2$	問2 3
〔問 3〕	$-\sqrt{2}$	問3 5
〔問 4〕	$\frac{1}{9}$	問4 5
〔問 5〕	110 度	問5 5
〔問 6〕	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: auto;"> </div>	
		問6 7

<b>2</b>		配点
〔問 1〕	$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$	問1 7
〔問 2〕	<p>(1) <b>【途中の式や計算など】</b></p> <p>点 A の <math>x</math> 座標を <math>-t (t &gt; 0)</math> とする。</p> <p><math>y</math> 座標は, <math>\frac{t^2}{2}</math></p> <p>よって, 点 P の <math>y</math> 座標も <math>\frac{t^2}{2}</math>, <math>x</math> 座標は <math>\frac{3}{2}t</math></p> <p>点 B と点 P の <math>x</math> 座標が等しいとき,  <math>\angle APB = 90^\circ</math>                      直線 <math>l</math> の傾きが 1 なので,  <math>\triangle APB</math> は直角二等辺三角形となる。                      したがって, <math>AP = BP</math> となればよい。</p> <p>点 B の <math>x</math> 座標は <math>\frac{3}{2}t</math>, <math>y</math> 座標は <math>\frac{9}{8}t^2</math> である。</p> <p>よって, <math>AP = \frac{5}{2}t</math>, <math>BP = \frac{5}{8}t^2</math> である。</p> <p><math>AP = BP</math> になるには, <math>\frac{5}{8}t^2 = \frac{5}{2}t</math></p> <p>両辺を <math>\frac{8}{5}</math> 倍して, <math>t^2 = 4t</math></p> <p style="text-align: center;"><math>t^2 - 4t = 0</math>  <math>t(t - 4) = 0</math></p> <p><math>t &gt; 0</math> より, <math>t = 4</math> となる。</p> <p>よって, <math>AP = \frac{5}{2} \times 4 = 10</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0; text-align: center;">                     (答え)    <b>10</b>    cm                 </div>	問2(1) 10
〔問 2〕	$\frac{5}{9}$	問2(2) 7

<b>3</b>		配点
〔問 1〕	① <b>ソ</b>	問1① 1
	② <b>ク</b>	問1② 1
	③ <b>オ</b>	問1③ 1
	④ <b>イ</b>	問1④ 1
	⑤ <b>ア</b>	問1⑤ 1
	⑥ <b>カ</b>	問1⑥ 1
	⑦ <b>ト</b>	問1⑦ 1
〔問 2〕	4                  cm <sup>2</sup>	問2 7
〔問 3〕	6                  cm	問3 7

<b>4</b>		配点
〔問 1〕	$4\sqrt{15}$ cm	問1 7
〔問 2〕	(1) $12\sqrt{2}$ cm <sup>2</sup>	問2(1) 7
	(2) $\frac{198\sqrt{7}}{7}$ cm <sup>3</sup>	問2(2) 8