数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時10分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えに分数が含まれるときは，**それ以上約分できない形で表しなさい**。

7　答えは，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

8　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

9　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい**。

10　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $(4+\sqrt{7})^2-8(4+\sqrt{7})+12$ を計算せよ。

〔問2〕 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x+y}{3}=\dfrac{x}{4} \\ \dfrac{x-y}{5}=y+6 \end{cases}$ を解け。

〔問3〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

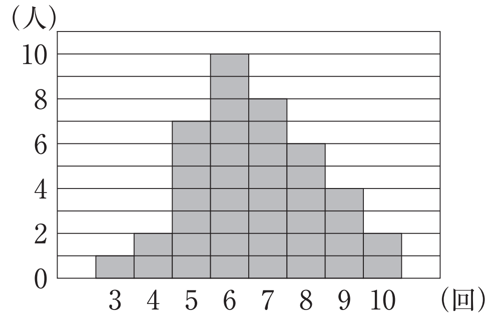
大きいさいころの出た目の数を x，小さいさいころの出た目の数を y とするとき，$(x,\ y)$ を座標とする点Pが，関数 $y=\dfrac{12}{x}$ のグラフ上にある確率を求めよ。

ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問4〕 右の**図1**は，ある中学校の生徒40人が，サッカーのシュートを10回ずつ行ったとき，シュートが入った回数ごとの人数をグラフに表したものである。

シュートが入った回数が，6回以上8回以下の生徒数は，全体の人数の何％か。

図1

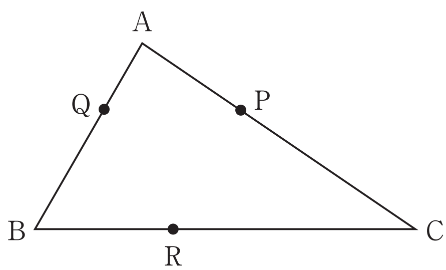


〔問5〕 右の**図2**で，△ABCは，∠ABC＝60°の三角形であり，点Pは辺AC上，点Qは辺AB上，点Rは辺BC上にそれぞれある点である。

解答欄に示した図をもとにして，△PQRが，PQ // BCの正三角形となる点P，点Q，点Rを，定規とコンパスを用いて作図によって求め，それらの位置を示す文字P，Q，Rもそれぞれ書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2



2 右の図で，点 O は原点，曲線 f は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフを表している。

点 A は曲線 f 上にあり，x 座標は -1 である。

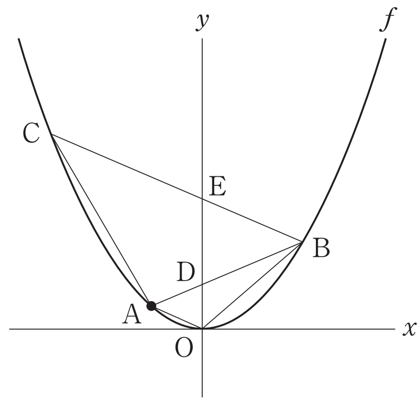
点 A を通り傾き a の直線を引き，曲線 f との交点のうち点 A と異なる点を B とする。

点 B を通り傾き $-a$ の直線を引き，曲線 f との交点のうち点 B と異なる点を C とする。

直線 AB と y 軸との交点を D，直線 BC と y 軸との交点を E とする。

点 O と点 A，点 O と点 B，点 A と点 C をそれぞれ結ぶ。

点 O から点 (1, 0) までの距離，および点 O から点 (0, 1) までの距離をそれぞれ 1 cm として，次の各問に答えよ。



〔問 1〕 点 A の座標が $A\left(-1,\ \dfrac{3}{2}\right)$ のとき，点 D の座標を求めよ。

〔問 2〕 $\triangle$DBE の面積が $8\ \text{cm}^2$ のとき，a の値を求めよ。

〔問３〕『$a=\dfrac{1}{2}$ のとき，点 A を通り四角形 AOBC の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。』

という問題を，下の [ ] の中のように解いた。

[①] と [②] に当てはまる数，[③] に当てはまる最も簡単な整数の比を書け。

また，[④] には答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算などを書き，解答を完成させよ。

【解答】

$a=\dfrac{1}{2}$ のとき，各点の座標をそれぞれ求めると，$A\left(-1,\ \dfrac{1}{2}\right)$，$B(2,\ 2)$，$C\left(-3,\ \dfrac{9}{2}\right)$，$D(0,\ 1)$，$E(0,\ 3)$ である。

また，直線 OA の傾きが [①] であるから，AO // BC となることが分かる。

AO // BC であることから，

△AOB と △ABC の面積の比は，線分 AO と線分 BC の長さの比に等しい。

よって，△AOB の面積を S とすると，△ABC の面積は [②] S と表すことができる。

したがって，点 A を通り四角形 AOBC の面積を 2 等分する直線と線分 BC との交点を F とすると，四角形 AOBF と △AFC の面積が等しくなることから，

BF : FC = [③] であることが分かる。

以上より，

[④]

3 右の**図 1** で，点 O は線分 AB を直径とする円の中心である。

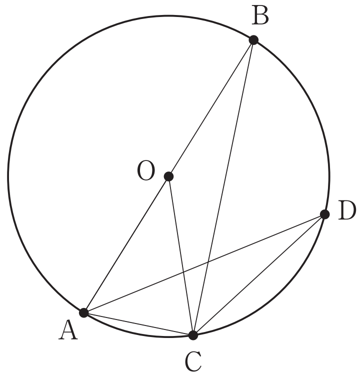
点 C は円 O の周上にある点で，点 A，点 B のいずれにも一致しない。

点 B と点 C，点 C と点 A，点 O と点 C をそれぞれ結ぶ。

点 A を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 上にある点を D とし，点 A と点 D，点 C と点 D をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図 1

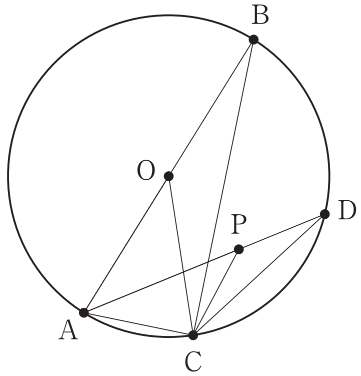


〔問 1〕 AC = 4 cm，$\overset{\frown}{\mathrm{AC}} = \overset{\frown}{\mathrm{CD}} = \overset{\frown}{\mathrm{DB}}$ のとき，線分 BC の長さは何 cm か。

〔問２〕　右の**図２**は，**図１**において，線分 AD 上にある点をＰとし，点Ｐと点Ｃを結び，∠APC＝∠AOC の場合を表している。

次の⑴，⑵に答えよ。

図２



⑴　△PCD は二等辺三角形であることを証明せよ。

⑵　AB＝6 cm，AC＝4 cm であり，点Ｐが線分 BC 上にあるとき，線分 AD の長さは何 cm か。

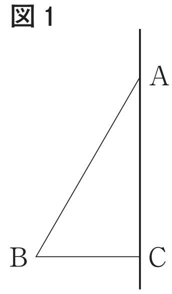
4　次の先生と生徒の会話文を読んで，あとの各問に答えよ。ただし，円周率は π とする。

先生：「右の**図 1** で，△ABC は，AB＝2 cm，BC＝1 cm，CA＝$\sqrt{3}$ cm の直角三角形です。
この △ABC を，直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体はどんな形でしょうか。」

生徒：「はい，円すいになります。」

先生：「そのとおりです。では，その円すいの表面積を求めてください。」

図 1



生徒：「解けました。$\boxed{①}$ cm^2 になりました。」

先生：「正解です。よくできました。
では，次の問題を見てください。」

【先生が示した問題 1】

右の**図 2** は，**図 1** において，頂点 C から辺 AB に垂線を引き，辺 AB との交点を D とし，点 D を通り辺 BC に平行な直線を引き，辺 AC との交点を E とした場合を表している。

図 2 において，四角形 DBCE を，以下の(ア)，(イ)，(ウ)のいずれか 1 つの直線を軸として 1 回転させてできる立体を考える。

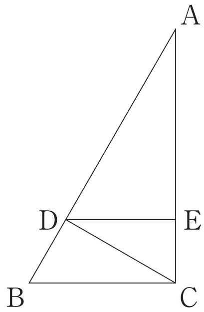
軸とする直線を(ア)，(イ)，(ウ)のうちから 1 つ選び，そのときにできる立体の体積を求めよ。

(ア)　直線 DE

(イ)　直線 EC

(ウ)　直線 BC

図 2



生徒：「どれを選んでもよいのですね。」

先生：「そうです。その選んだもので求めてみてください。」

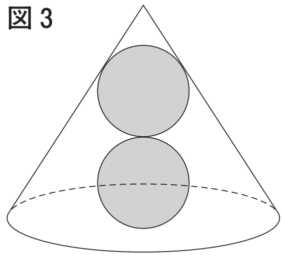
先生：「さて，半円を考えたとき，直径を含む直線を軸として 1 回転させてできる立体は，球になりますね。
では，もう 1 つ問題を解いてみましょう。」

【先生が示した問題 2】

右の**図 3** は，**図 1** の三角形を，直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体の中に，中心が直線 AC 上にある同じ大きさの球が 2 個含まれ，
上側の球は，円すいの側面と下側の球に接しており，
下側の球は，上側の球と円すいの底面に接している場合を表している。

このとき，球の半径を求めよ。

図 3



〔問１〕 $\boxed{\quad ① \quad}$ に当てはまる数を求めよ。

〔問２〕【先生が示した問題１】において，軸とする直線を(ア)，(イ)，(ウ)のうちから１つ選び，解答欄に○を付けよ。また，そのときにできる立体の体積は何 cm^3 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

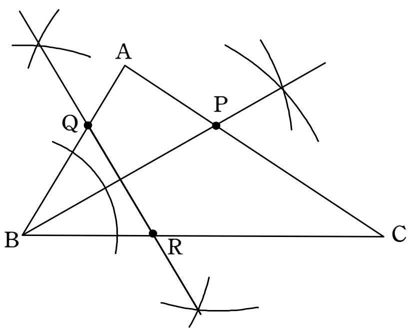
また，**合同な図形や相似な図形の性質を用いる場合は証明せずに用いてもよい。**

〔問３〕【先生が示した問題２】において，球の半径は何 cm か。

正答表

1

	解答	点
〔問1〕	3	5
〔問2〕	$x=12$, $y=-3$	5
〔問3〕	$\frac{1}{9}$	5
〔問4〕	60 %	5
〔問5〕		5



2

		解答	点
〔問1〕		D（ 0 , 3 ）	7
〔問2〕		2	8
〔問3〕	①	$-\frac{1}{2}$	2
	②	5	2
	③	2 : 3	2
	④	【 途中の式や計算など 】	4

【解答例】

点 F は，点 E と一致する。
よって，
求める直線は，2 点 A，E を通る直線である.

求める直線を $y=ax+b$ とおくと，

A$\left(-1,\frac{1}{2}\right)$ を通るから， $\frac{1}{2}=-a+b$ …①

E(0, 3) を通るから， $3=b$ …②

①，② より　$a=\frac{5}{2}$, $b=3$

したがって，

求める直線の式は　$y=\frac{5}{2}x+3$

（答え）　$y=\frac{5}{2}x+3$

3

		解答	点
〔問1〕		$4\sqrt{3}$ cm	7
〔問2〕	(1)	【 証 明 】	10

【解答例】

仮定より，∠APC＝∠AOC …①
円周角の定理より

∠ADC＝∠PDC＝$\frac{1}{2}$ ∠AOC …②

△PCDにおいて内角と外角の関係により
∠PDC＋∠PCD＝∠APC …③
①と ②より，③ は
∠PDC＋∠PCD＝∠AOC
∠ADC＋∠PCD＝∠AOC
$\frac{1}{2}$∠AOC＋∠PCD＝∠AOC

すなわち　∠PCD＝$\frac{1}{2}$ ∠AOC …④

②，④より，

∠ PCD＝∠PDC＝$\frac{1}{2}$ ∠AOC であるから，

△PCD において，２つの角が等しいから
△PCD は二等辺三角形である.

		解答	点
〔問2〕	(2)	$2\sqrt{5}$ cm	8

4

	解答	点
〔問1〕	3π	7
〔問2〕	【 選んだ記号 】 （ア） （イ） （ウ）	10

【 途中の式や計算など 】

【解答例】

△ ABC ∽ △ CBD から
AB : CB = AC : CD より　2 : 1 = $\sqrt{3}$: CD
よって，CD = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

△ CBD ∽ △ DCE
また，△ ABC ∽ △ CBD から　△ ABC ∽ △ DCE
AB : DC = BC : CE より　2 : $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = 1 :CE

よって，CE = $\frac{\sqrt{3}}{4}$

BC : CE = AC : DE より　1 : $\frac{\sqrt{3}}{4}$ = $\sqrt{3}$:DE

よって，DE = $\frac{3}{4}$

（ア）　直線 DE を軸としたとき
求める体積を V cm³ とすると，

$$V=\pi\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2\times1-\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$$
$$=\frac{3}{16}\pi-\frac{1}{64}\pi$$
$$=\frac{11}{64}\pi$$

（答え）　$\frac{11}{64}\pi$ cm^3

	解答	点
〔問3〕	$\frac{\sqrt{3}}{5}$ cm	8