

# 2023年度 須磨学園高等学校入学試験

## 学力検査問題

# 数 学

### (注 意)

解答用紙は、この問題冊子の中央にはさんであります。まず、解答用紙を取り出して、受験番号シールを貼<sup>は</sup>り、受験番号を記入しなさい。

1. すべての問題を解答すること。
2. 解答はすべて解答用紙に記入すること。記入方法を誤ると得点にならないので、十分に注意すること。
3. 定規、コンパスは使用できます。
4. 検査終了後、解答用紙のみ提出し、問題冊子は各自持ち帰ること。

須磨学園高等学校

**1** 以下の問いに答えなさい。

(1)  $-6 \times \{(-2)^4 + 4 \times 5\} \div \left(-\frac{3}{2}\right)^3$  を計算しなさい。

(2)  $(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{12}}(1 - \sqrt{3})^2$  を計算しなさい。

(3)  $4px^2 - 36p$  を因数分解しなさい。

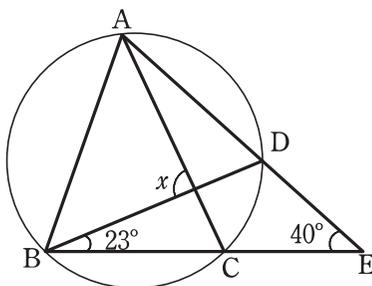
(4) 連立方程式  $\begin{cases} x + 4(y + 1) = -1 \\ \frac{x}{3} - \frac{y - 1}{6} = \frac{3}{2} \end{cases}$  を解きなさい。

(5)  $y$  は  $x$  に反比例し、そのグラフは 2 点  $(-8, 4)$ 、 $(m, -16)$  を通る。このとき、 $m$  の値を求めなさい。

(6) 次の表は、ある中学校の 3 年生 10 名の数学のテストの結果である。平均値が 5.1 点であるとき、 $x$  の値を求めなさい。

出席番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
点数 (点)	4	5	8	6	10	2	$x$	3	5	5

(7) 下の図において、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。ただし、4 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  は同一円周上にある。



(8) 3 辺の長さが  $x$ 、 $x + 3$ 、 $x + 6$  で表される直角三角形がある。このとき、 $x$  の値を求めなさい。

**2** へ続く

**2**

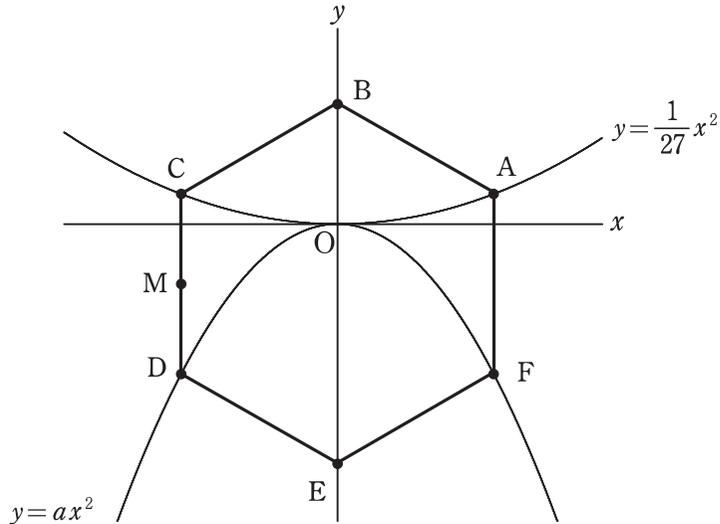
袋 A に、1 から 5 までの自然数が 1 つずつ書かれている 5 個の玉が入っている。袋 B に、1 から 6 までの自然数が 1 つずつ書かれている 6 個の玉が入っている。袋 C に、1 から 7 までの自然数が 1 つずつ書かれている 7 個の玉が入っている。各袋から 1 つずつ玉を取り出し、袋 A から取り出した玉に書かれている数字を  $a$ 、袋 B から取り出した玉に書かれている数字を  $b$ 、袋 C から取り出した玉に書かれている数字を  $c$  とする。 $a$  を百の位、 $b$  を十の位、 $c$  を一の位とする 3 桁の数  $X$  を考える。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1)  $X$  は全部で何通りあるか、求めなさい。
- (2)  $X$  が 400 より小さくなるのは何通りあるか、求めなさい。
- (3)  $X$  が 200 より大きく、430 より小さくなるのは何通りあるか、求めなさい。
- (4)  $X$  が偶数となる確率を求めなさい。
- (5)  $X$  において、少なくとも 1 つの位の数が偶数である確率を求めなさい。

**3**へ続く

**3**

図のように、放物線  $y = \frac{1}{27}x^2$  上に点 A, C が、放物線  $y = ax^2$  ( $a < 0$ ) 上に点 D, F が、 $y$  軸上に点 B, E がある。六角形 ABCDEF は正六角形である。また、辺 CD の中点を M とする。点 A の  $y$  座標は 1 であり、 $x$  座標は正とする。以下の問いに答えなさい。



- (1) 点 A の  $x$  座標を求めなさい。
- (2) 正六角形 ABCDEF の 1 辺の長さを求めなさい。
- (3)  $a$  の値を求めなさい。
- (4) 直線 AM の方程式を求めなさい。
- (5)  $\triangle AME$  の面積を求めなさい。
- (6)  $\triangle AME$  を、直線 AE を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は  $\pi$  とする。

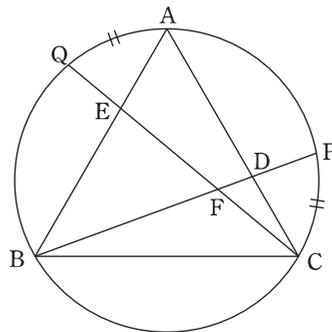
**4**へ続く

**4**

図のように正三角形 ABC に接する円がある。点 B を含まない弧 AC 上に点 P, 点 C を含まない弧 AB 上に点 Q を, 弧 AQ と弧 CP が等しくなるようにとる。また, 線分 BP と線分 AC の交点を D, 線分 CQ と線分 AB の交点を E, 線分 BP と線分 CQ の交点を F とする。次の問いに答えなさい。

(1)  $\triangle AQB \equiv \triangle CFB$  を次のように証明した。

~  に当てはまるものを, あとの ア~ケ からそれぞれ1つ選んでその符号を, また,  には当てはまる合同条件を書き, その証明を完成させなさい。



〈証明〉  
 $\triangle AQB$  と  $\triangle CFB$  において  
 長さが等しい弧に対する  は等しいから  
 $\angle ABQ = \angle CBF$  …… ①  
 弧  の円周角は等しいので  
 $\angle BAQ = \angle$   …… ②  
 $\triangle ABC$  は正三角形であるから  
 $AB = CB$  …… ③  
 ① ~ ③ より,  ので  
 $\triangle AQB \equiv \triangle CFB$

ア 中心角	イ 円周角	ウ 同位角
エ AB	オ AQ	カ BQ
キ FBC	ク BCF	ケ CFB

(2)  $\angle QFB$  の大きさを求めなさい。

以下, 四角形 AQBC のそれぞれの辺の長さを  $AQ = 3$ ,  $QB = 5$ ,  $BC = 7$  とする。

(3) 線分 BP の長さを求めなさい。

(4) 線分 DF の長さを求めなさい。

(5) 線分 ED の長さを求めなさい。必要ならば, 点 E から線分 BP に垂線を引いて考えてもよい。

**5**へ続く

5

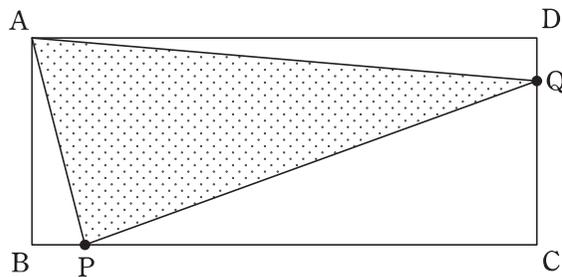
次の本文を読み、問いに答えなさい。ただし、辺は各端点を含むものとする。

先生「下の図のような、 $AB = CD = 3 \text{ cm}$ 、 $BC = DA = 7 \text{ cm}$  の長方形があり、2点  $P$ 、 $Q$  は、同時に頂点  $A$  を出発して、一定の速さで長方形  $ABCD$  の辺上を動きます。

点  $P$  は、頂点  $A \rightarrow$  頂点  $B \rightarrow$  頂点  $C$  と毎秒  $1 \text{ cm}$  の速さで進み、

点  $Q$  は、頂点  $A \rightarrow$  頂点  $D \rightarrow$  頂点  $C \rightarrow$  頂点  $B \rightarrow$  頂点  $A$  と毎秒  $2 \text{ cm}$  の速さで進みます。

2点  $P$ 、 $Q$  が頂点  $A$  を出発して  $x$  秒後の、 $\triangle APQ$  の面積を  $S \text{ cm}^2$  とします。ただし、3点  $A$ 、 $P$ 、 $Q$  が同一直線上にあって三角形にならないときは、 $S = 0$  とします」



先生「 $0 \leq x \leq 10$  として、 $S$  について考えよう」

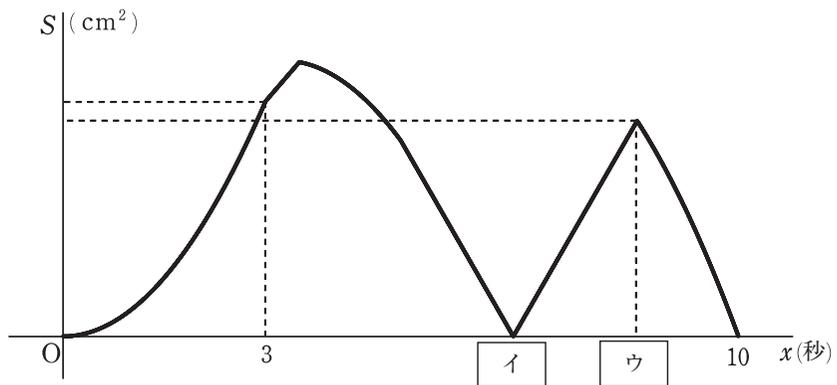
生徒「点  $P$  は、辺  $AB$  上または辺  $BC$  上にあるので、場合を分けて考える必要がありますね。

$0 \leq x \leq 3$  のとき、点  $P$  は辺  $AB$  上にあり、点  $Q$  は辺  $AD$  上にあります。よって、 $S$  を  $x$  を用いて表すと、 $S = \boxed{\text{ア}}$   $\text{cm}^2$  です」

先生「 $3 \leq x \leq 10$  のとき、点  $P$  は、辺  $BC$  上にあります。点  $Q$  は、長方形  $ABCD$  の各辺上のいずれかにあります」

生徒「そうすると、 $3 \leq x \leq 10$  のとき、 $S$  は、5 通りの  $x$  の関数に分けられますね」

先生「コンピュータで  $S$  と  $x$  の関係をグラフにしてみると、次のようになりました」



- (1)  に入る式を,  $x$  を用いて求めなさい。
- (2) ,  に適する  $x$  の値を求めなさい。
- (3)  $3 \leq x \leq \text{イ}$  のとき,  $S = 8$  となる  $x$  の値を求めなさい。
- (4)  $0 \leq x \leq 10$  のとき,  $S = 8$  となる  $x$  の値をすべて求めなさい。

↓ここにシールを貼ってください↓

受験番号

注意: ③(6), ⑤(4)は考え方や計算の過程を書き, それ以外は答えのみを解答欄に書くこと。また, ※欄には何も記入しないこと。

2023年度 須磨学園高等学校入学試験  
学力検査 数学解答用紙

1	(1)	(2)	(3)	(4)
	$(x, y) =$			
(5)	(6)	(7)	(8)	※
$m =$	$x =$	$x =$ 度	$x =$	

2	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	※
	通り	通り	通り			

3	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	※
	$x =$		$a =$	$y =$		
(6)						※
(答)						

4	(1) i	(1) ii	(1) iii	(1) iv	※
	(2)	(3)	(4)	(5)	
$\angle QFB =$ 度					

5	(1) ア	(2) イ	(2) ウ	(3)	※	
	$x =$					
(4)						※
(答) $x =$						

※

※

※

※

※

得点
※



ここにシールを貼ってください！



受験番号		
.....	.....	.....

注意: [3](6), [5](4)は考え方や計算の過程を書き、それ以外は答えのみを解答欄に書くこと。また、※欄には何も記入しないこと。

2023年度 須磨学園高等学校入学試験  
学力検査 数学解答用紙

(1) 64	(2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$	(3) $4p(x+3)(x-3)$	(4) $(x, y) = (3, -2)$
(5) $m = 2$	(6) $x = 3$	(7) $x = 86$ 度	(8) $x = 9$

※

(1) 210 通り	(2) 126 通り	(3) 98 通り	(4) $\frac{3}{7}$	(5) $\frac{29}{35}$
------------	------------	-----------	-------------------	---------------------

※

(1) $x = 3\sqrt{3}$	(2) 6	(3) $a = -\frac{5}{27}$	(4) $y = \frac{\sqrt{3}}{6}x - \frac{1}{2}$	(5) $\frac{45}{2}\sqrt{3}$
<p>(6) 三平方の定理より  <math>AE = 6\sqrt{3}</math>                  点Mから直線AEに垂線MHおろす。  <math>\frac{1}{2}AE \cdot MH = \triangle AME</math>  <math>MH = \frac{15}{2}</math></p> <p>求める体積は  <math>\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (MH)^2 \cdot AE = \frac{225\sqrt{3}}{2} \pi</math></p> <p>(答) <math>\frac{225\sqrt{3}}{2} \pi</math></p>				

※

(1) i イ	(1) ii カ	(1) iii ク	(1) iv	1辺と両端の角が等しい
(2) $\angle QPB = 60$ 度	(3) 8	(4) $\frac{9}{8}$	(5) $\frac{7\sqrt{19}}{8}$	

※

(1) ア $x^2$	(2) イ $\frac{20}{3}$	(2) ウ $\frac{17}{2}$	(3) $x = \frac{13+\sqrt{41}}{4}$
<p>(4) <math>0 \leq x \leq 3</math> のとき <math>s = x^2</math>  <math>s = 8</math> とすると <math>x^2 = 8</math>  <math>x = \pm 2\sqrt{2}</math>  <math>0 \leq x \leq 3</math> より <math>x = 2\sqrt{2}</math>  <math>3 &lt; x \leq 5</math> のとき(3)より <math>x = \frac{13+\sqrt{41}}{4}</math></p> <p><math>5 &lt; x \leq \frac{20}{3}</math> のときグラフより <math>s = 8</math> となる <math>x</math> はない。  <math>\frac{20}{3} &lt; x \leq \frac{17}{2}</math> のとき <math>s = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (3x-20) = \frac{9}{2}x - 30</math>  <math>s = 8</math> とすると <math>x = \frac{76}{9}</math></p> <p><math>\frac{17}{2} &lt; x \leq 10</math> のとき <math>s = \frac{1}{2} \cdot (20-2x) \cdot (x-3) = -x^2 + 13x - 30</math>  <math>s = 8</math> とすると <math>x^2 - 13x + 38 = 0</math>  <math>x = \frac{13 \pm \sqrt{17}}{2}</math>  <math>\frac{17}{2} &lt; x \leq 10</math> より <math>x = \frac{13+\sqrt{17}}{2}</math></p> <p>(答) <math>s = 2\sqrt{2}, \frac{13+\sqrt{41}}{4}, \frac{76}{9}, \frac{13+\sqrt{17}}{2}</math></p>			

※

得点