2023年度

一般入試　入学試験問題

数　　学

基礎問題

（30分，100点）

受験についての注意

1．試験開始の合図があるまで，問題用紙を開かないでください。

2．問題は，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{13}$ までありります。

3．定規，コンパスを使用しても構いませんが，分度器を使用してはいけません。

4．円周率が必要な場合は，すべてπで計算してください。

5．答えのみを解答用紙（別紙）の所定の欄（らん）に記入してください。

6．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入し，最後にもう一度確認してください。

7．解答用紙だけ回収しますので，問題用紙は持ち帰ってください。

$\boxed{1}$ $a-\dfrac{a-3b}{2}-\dfrac{2(a+3b)}{5}$ を計算しなさい。

$\boxed{2}$ $(x^2-9)^2-8x(x^2-9)$ を因数分解しなさい。

$\boxed{3}$ $a=6$, $b=-\dfrac{1}{3}$ のとき，$(a+b)^2-(a-b)^2$ の値を求めなさい。

$\boxed{4}$ 連続する 2 つの自然数の積が 156 であるとき，2 つの自然数のうち小さい方の数を求めなさい。

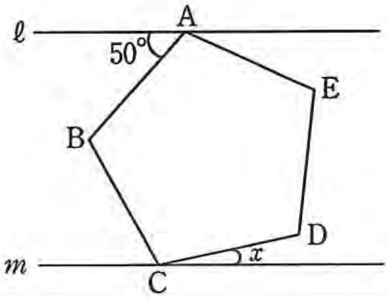
$\boxed{5}$ 2直線 $y=-\dfrac{2}{3}x+5$ と $y=x-1$ と y 軸によって囲まれた部分の面積を求めなさい。

6 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq a$ のとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 2a+3$ となるような定数 a の値をすべて求めなさい。

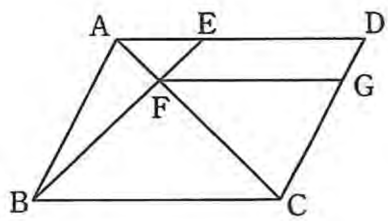
7 原点をOとする。放物線 $y=-\frac{1}{3}x^2$ と直線 ℓ の交点をA，Bとし，直線 ℓ と x 軸の交点をCとする。点A，Bの x 座標がそれぞれ -6，3 であるとき，△OACの面積を求めなさい。

8 大小2個のさいころを同時に投げるとき，出た目が連続する2つの整数となる確率を求めなさい。

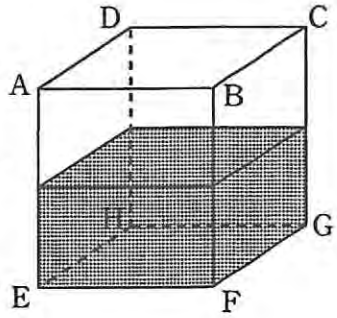
9 右の図において，$\angle x$ の大きさを求めなさい。
ただし，直線 ℓ，m は平行で，五角形ABCDEは正五角形とする。



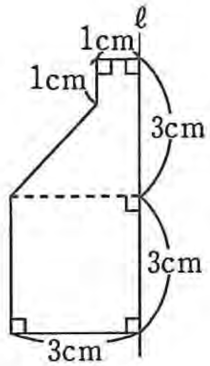
10 右の図のように，平行四辺形ABCDがあり，辺ADを1：2にわける点Eがある。線分ACと線分BEの交点をFとするとき，点Fから辺ADに平行な線を引き，辺CDとの交点をGとする。BC=10cmのとき，線分FGの長さを求めなさい。



11 右の図のように，立方体の形をした容器ABCD－EFGHが面EFGHを底面として水平なテーブルの上に置いてある。容器には体積の半分の水が入っている。この容器を面AEFBが底面となるように倒した後に，辺BFだけがテーブルと接するように容器を45°傾ける。このとき，水が容器に触れている部分を解答用紙の立方体の展開図に斜線で示しなさい。ただし，容器を傾けても水はこぼれないものとし，容器の厚みは考えないものとする。



12 右の図形を，直線ℓを軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。



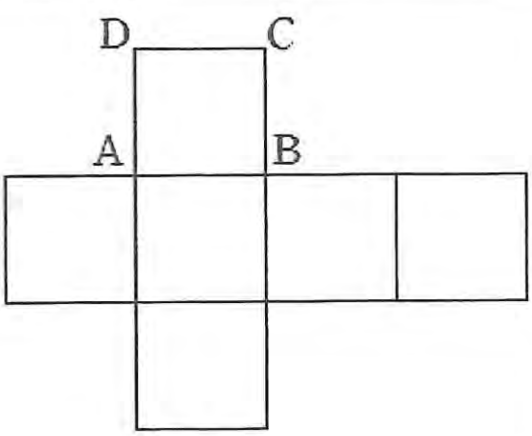
13 右の表は，ある中学校のバスケットボール部員30人の身長をまとめた度数分布表である。身長が170 cm以上の部員は全体の何%か求めなさい。

身長(cm)	度数(人)
155 以上 160 未満	3
160 ～ 165	10
165 ～ 170	8
170 ～ 175	6
175 ～ 180	2
180 ～ 185	1
計	30

2023年度　一般入試　入学試験　数学　基礎問題　解答用紙

受験番号	氏　名

※『答え』のみを書きなさい。

1	2
3	4
5	6　$a=$
7	8
9　　　　　度	10　　　　　ｃｍ
11 	12　　　　　cm^3
	13　　　　　%

2023年度　一般入試　入学試験　数学　基礎問題　解答

受験番号	氏 名

※『答え』のみを書きなさい。

$\boxed{1}$ $\dfrac{a+3b}{10}$

$\boxed{2}$ $(x+3)(x-3)(x+1)(x-9)$

$\boxed{3}$ -8

$\boxed{4}$ 12

$\boxed{5}$ $\dfrac{54}{5}$

$\boxed{6}$ $a=\dfrac{1}{2}$ ，3

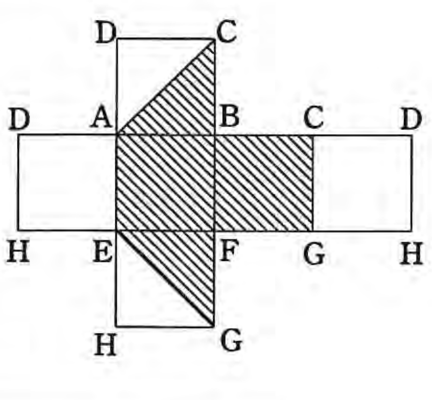
$\boxed{7}$ 36

$\boxed{8}$ $\dfrac{5}{18}$

$\boxed{9}$ 14 度

$\boxed{10}$ $\dfrac{15}{2}$ cm

$\boxed{11}$



$\boxed{12}$ $\dfrac{110}{3}\pi$ cm^3

$\boxed{13}$ 30 %

2023 年度

一般入試　入学試験問題

数　　学

応用問題

（50 分，100 点）

受験についての注意

1．試験開始の合図があるまで，問題用紙を開かないでください。

2．問題は，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ までであります。

3．定規，コンパスを使用しても構いませんが，分度器を使用してはいけません。

4．円周率が必要な場合は，すべて π で計算してください。

5．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入し，最後にもう一度確認してください。

6．解答用紙だけ回収しますので，問題用紙は持ち帰ってください。

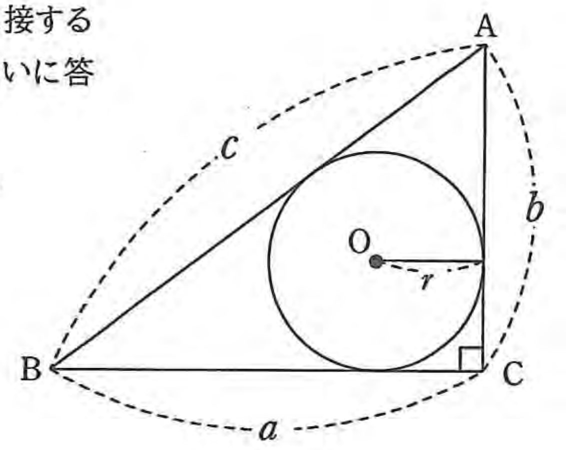
1 原点をOとする座標平面上に放物線$y=\dfrac{1}{2}x^2$がある。放物線上の2点P，Rの座標をそれぞれ$P\left(p,\dfrac{1}{2}p^2\right)$，$R\left(-1,\dfrac{1}{2}\right)$とする。また，$y$軸上に点Q(0，3)をとる。点Pが放物線上を動くとき，次の各問いに答えなさい。ただし，$p>0$とする。

(1) $\angle POQ=\angle PQO$のとき，点Pの座標を求めなさい。

(2) $\triangle PQR$の面積が，四角形OPQRの面積の$\dfrac{1}{2}$のとき，点Pの座標を求めなさい。

(3) 四角形OPQRが台形になるとき，点Pの座標をすべて求めなさい。

2 右の図のように，直角三角形ABCと，そのすべての辺に接する半径rの円Oがある。△ABCの面積をSとして次の各問いに答えなさい。



(1) △ABCの面積Sについて，次の①，②に答えなさい。

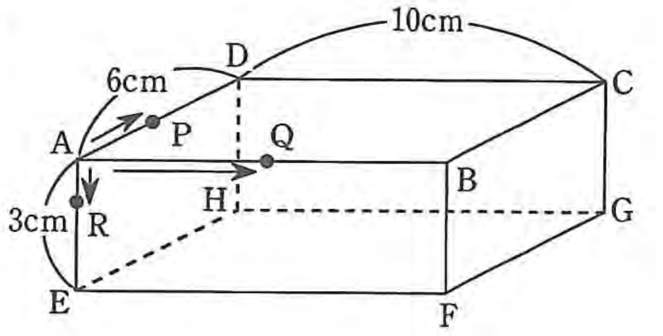
① Sをa，bすべてを用いた式で表しなさい。

② Sをr，a，b，cすべてを用いた式で表しなさい。

(2) cをa，b，rすべてを用いてた式で表しなさい。

(3) (1)，(2)を用いて，三平方の定理$a^2+b^2=c^2$を導きなさい。

$\boxed{3}$ 右の図のように，直方体ABCD－EFGHがある。辺AD上を点P，辺AB上を点Q，辺AE上を点Rが頂点Aを同時に出発し，それぞれ一往復だけ動く。3点P，Q，Rの動く速さはそれぞれ，毎秒1 cm，毎秒2 cm，毎秒$\frac{1}{2}$cmである。このとき，3点が動いた時間をt秒，三角すいR－APQの体積をVとし，次の各問いに答えなさい。

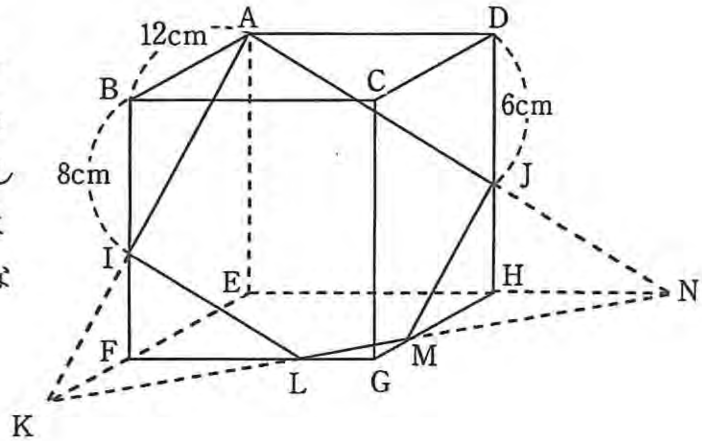


(1) $0 \leqq t \leqq 5$のとき，Vをtの式で表しなさい。

(2) $6 < t \leqq 10$のとき，Vをtの式で表しなさい。

(3) $t = 9$のとき，Vと直方体ABCD－EFGHの体積の比をもっとも簡単な整数で表しなさい。

4 右の図のように，一辺の長さが 12 cmの立方体 ABCD－EFGHを 5 つの点 A，I，L，M，J を通る平面で切断した。AI と EF をそれぞれ延長して交わる点を K，AJ と EH をそれぞれ延長して交わる点を N とすると，4点 K，L，M，N は一直線上にある。このとき，次の各問いに答えなさい。



(1) FK と HN の長さを求めなさい。

(2) LM の長さを求めなさい。

(3) 2 つに分けられた立体のうち，点Eを含む立体の体積を求めなさい。

2023 年度　一般入試　入学試験　数学　応用問題　解答用紙

受験番号	氏　名

1～4 は小問題番号を自分で書き，解答してください。

1

2

3

4

2023年度　一般入試　入学試験　数学　応用問題　解答

受験番号	氏　名

1～4 は小問題番号を自分で書き，解答してください。

1

(1) $\angle POQ=\angle PQO$ より $\triangle PQO$ は二等辺三角形である

点Pのy座標は$\frac{3}{2}$となるので，$\frac{3}{2}=\frac{1}{2}p^2$

$p^2=3$　　$p=\sqrt{3}$ $(\because p>0)$　　$\therefore$ $P\left(\sqrt{3},\frac{3}{2}\right)$

(2) 四角形$OPQR$の面積をSとする

$S=\triangle ROQ+\triangle PQO=\frac{1}{2}\times3\times1+\frac{1}{2}\times3\times p=\frac{3+3p}{2}$

$\triangle PQR=\frac{1}{2}S$ より $\triangle OPR=\frac{1}{2}S=\frac{3+3p}{4}\cdot\cdot\cdot$①

ここで直線PRの式は

$y=\frac{1}{2}(p-1)x+\frac{1}{2}p$ より 直線PRとy軸との交点は$\frac{1}{2}p$

$\triangle OPR=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}p\times1+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}p\times p=\frac{p+p^2}{4}$

①より $\frac{p+p^2}{4}=\frac{3+3p}{4}$

$p^2-2p-3=0$

$(p-3)(p+1)=0$

$p>0$ より $p=3$　　よって$P\left(3,\frac{9}{2}\right)$

(3) $RO /\!/ QP$のとき

直線QPの傾きは $\dfrac{\frac{1}{2}p^2-3}{p}=-\frac{1}{2}$

$p^2-6=-p$

$p^2+p-6=0$

$(p+3)(p-2)=0$

$p>0$より $p=2$　よって$P(2,2)$

$QR /\!/ OP$のとき

直線OPの傾きは $\dfrac{\frac{1}{2}p^2}{p}=\frac{5}{2}$

$\frac{1}{2}p=\frac{5}{2}$

$p=5$　　よって$P\left(5,\frac{25}{2}\right)$

2

(1) ①$S=\frac{1}{2}ab$

②$S=\triangle OBC+\triangle OCA+\triangle OAB$

$S=\frac{1}{2}ar+\frac{1}{2}br+\frac{1}{2}cr=\frac{1}{2}r(a+b+c)$

(2) 内接円Oと$\triangle ABC$の辺BC，CA，ABの接点をそれぞれD，E，Fとする

$\triangle OBD\equiv\triangle OBF$，$\triangle OAE\equiv\triangle OAF$，$\triangle OCD\equiv\triangle OCE$ なので

$BD=BF=a-r$

$AE=AF=b-r$

よって

$AC=(a-r)+(b-r)$

$c=(a-r)+(b-r)$

$c=a+b-2r$

(別解) (1)より $\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}r(a+b+c)$

$ab=r(a+b+c)$

$ab=ar+br+cr$

$cr=ab-ar-br$

$c=\frac{ab-ar-br}{r}$

$c=\frac{ab}{r}-a-b$

(3) (1)より

$\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}r(a+b+c)$

$r=\frac{ab}{a+b+c}$

これを(2)に代入

$c=a+b-2\times\frac{ab}{a+b+c}$

$(a+b+c)c=(a+b)(a+b+c)-2ab$

$(a+b)^2-c^2=2ab$

$a^2+b^2=c^2$

3

(1) $V=\left(t\times 2t\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}t\times\frac{1}{3}$

$V=\frac{1}{6}t^3$

(2) $V=\frac{1}{2}(12-t)(20-2t)\times\left(6-\frac{1}{2}t\right)\times\frac{1}{3}$

$V=\frac{1}{6}(12-t)^2(10-t)\qquad\left(V=-\frac{1}{6}t^3+\frac{17}{3}t^2-64t+240\right)$

(3) (2)より $V=\frac{1}{6}(12-9)^2(10-1)=\frac{3}{2}$

直方体$ABCD-EFGH$の体積は 180

よって $\frac{3}{2}$: 180＝1 : 120

4

(1) $\triangle ABI\backsim\triangle KFI$，$FI=12-8=4(cm)$より

$BA:FK=BI:FI$

$12:FK=8:4\qquad FK=6(cm)$

$\triangle ADJ\backsim\triangle NHJ$，$HJ=12-6=6(cm)$より

$DA:HN=DJ:HJ\qquad 12:HN=6:6\qquad HN=12(cm)$

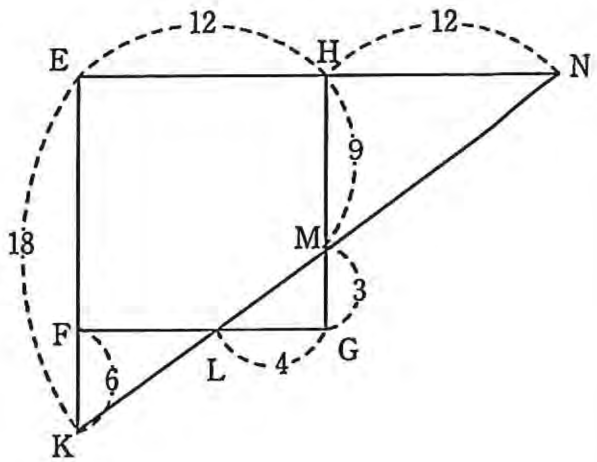
よって　$FK=6cm$　，$HN=12cm$

(2) 右の図を参考に

$\triangle NHM\backsim\triangle NEK$より $HM=9$

よって $MG=3$

$\triangle MLG\backsim\triangle MNH$より $LG=4$



$\triangle MLG$において三平方の定理から

$LM^2=3^2+4^2$

$LM=5\,cm$

(3) 三角すい$A-EKM$の体積は

$18\times 24\times\frac{1}{2}\times 12\times\frac{1}{3}=864$

三角すい$I-FKL$の体積は

$6\times 8\times\frac{1}{2}\times 4\times\frac{1}{3}=32$

三角すい$J-HMK$の体積は

$12\times 9\times\frac{1}{2}\times 6\times\frac{1}{3}=108$

よって，切断された立体のうち点Eを含む立体の体積は

$864-32-108=724\ cm^3$