2023年度

数　　　学

◆ 注 意

◎ 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。

◎ 指示がある場合は途中の考え方や式も記入しなさい。

◎ 円周率は π を用いなさい。

◎ 問題の図は正確とは限りません。

1 次の問いに答えよ。

(1) $(x^3y)^2 \div \left(-\frac{1}{2}x^4y^3\right)$ を計算せよ。

(2) $(\sqrt{6}-3\sqrt{2})^2-\left(\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}}\right)^2$ を計算せよ。

(3) 方程式 $1.44-0.63x=-0.6(x+0.5)$ を解け。

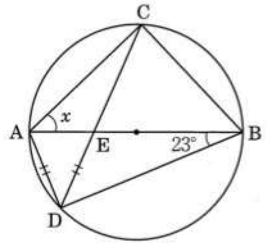
(4) $(a^2-b^2)x^2+b^2-a^2$ を因数分解せよ。

(5) $\sqrt{\frac{540}{n}}$ が自然数となるような自然数 n のうち，2番目に小さいものを求めよ。

(6) 2次方程式 $x^2-2x-2=0$ の2つの解を a，b とするとき，$(a^2-2a)(b^2-2b+3)$ の値を求めよ。

(7) 箱Aには2枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$ が，箱Bには2枚のカード $\boxed{+}$，$\boxed{\times}$ が，箱Cには3枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ が入っている。箱A，B，Cから順にカードを1枚ずつ取り出し，取り出した3枚のカードを使って計算する。たとえば，$\boxed{1}$，$\boxed{+}$，$\boxed{1}$ の3枚を取り出したときは，$1+1=2$ と計算し，$\boxed{2}$，$\boxed{\times}$，$\boxed{3}$ の3枚を取り出したときは，$2\times3=6$ と計算する。このとき，計算結果が奇数となる確率を求めよ。

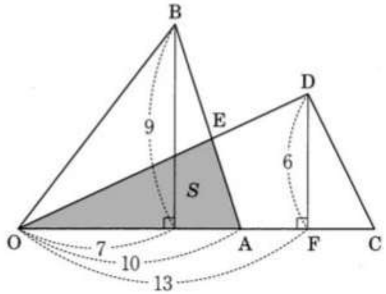
(8) 右の図のように，線分ABを直径とする円周上に2点C，Dがあり，線分AB，CDの交点をEとする。$\angle ABD=23^\circ$，DA＝DE であるとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。



2 太郎さんと花子さんが，次の**問題**について会話をしている。$\boxed{}$ に当てはまる式や値を答えよ。

問題

右の図のように，△OAB と△OCD が重なっている。2つの三角形が重なった部分の面積 S を求めよ。



太郎：この問題が解けないんだ。どうやって考えるといいかな。

花子：△OAE の底辺の長さは分かっているから，高さを求めればいいんだね。

太郎：そうなんだ。高さを文字を使って表してみたんだけど，うまくいかなかったんだよ。

花子：うーん。じゃあ三角形の各頂点を，点の座標に見立ててみようか。

太郎：どういうこと？

花子：O を原点として，たとえば，点 A の座標は（10，0），点 B の座標は（7，9）って考えるんだよ。

太郎：なるほど！それで点 E の座標を求めればいいってことか。

花子：うん。すると辺 OD は，直線 $y=$ $\boxed{(1)}$ の x の変域が $\boxed{(2)}$ $\leqq x \leqq$ $\boxed{(3)}$ の部分と考えられるね。

太郎：じゃあ，辺 AB は，直線 $y=$ $\boxed{(4)}$ の x の変域が $\boxed{(5)}$ $\leqq x \leqq$ $\boxed{(6)}$ の部分と考えることができるから，点 E の座標は $\boxed{(7)}$ だ。

花子：そうだね。だから，$S=$ $\boxed{(8)}$ だね。

太郎：この方法なら簡単だ。図の中の 7，10，13，9，6 の 5 か所の長さのうち 1 か所だけを変えて，いろいろな問題を作ってみようよ。

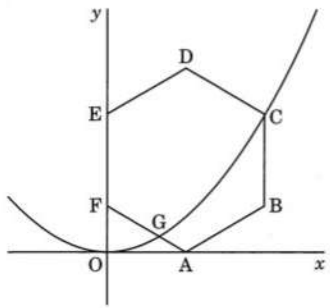
花子：たとえば，線分 OF の長さを 18 に変えると，$S=$ $\boxed{(9)}$ となるね。

太郎：△OCD の高さ，つまり線分 DF の長さを 26 に変えると，$S=60$ となるね。

花子：ん？それはおかしいよ。△OAB の面積は 45 だから，$S=60$ となることはないよ。

太郎：そうか。直線の式ばかりを見ていて，図形のことを忘れていたよ。線分 DF の長さが $\boxed{(10)}$ 以上のときは，常に $S=45$ となるんだね。

3 右の図のように，正六角形 ABCDEF と点 C を通る放物線 $y=ax^2$ がある。点 A は x 軸上の正の部分，2点 E，F は y 軸上にあって，F の y 座標は 1 である。また，放物線と辺 FA の交点を G とする。次の問いに答えよ。



(1) 点 A の x 座標を求めよ。

(2) a の値を求めよ。

(3) 四角形 ABCG の面積を求めよ。ただし，途中の考え方や式も記入すること。

4 2700 m 離れたP地点とQ地点がある。初め，太郎さんはP地点に，花子さんはQ地点にいて，2人は各地点を同時に出発し，それぞれPQ間を1往復した。太郎さんは行きは分速 x m で，帰りは行きの2.5倍の速さで進んだ。花子さんは往復ともに分速 y m で進んだ。2人は出発から20分後に初めてすれ違い，それから34分後に再びすれ違った。次の問いに答えよ。

(1) 下線部の条件から，x，y についての方程式を作れ。

(2) 2人が2度目にすれ違った地点をRとする。太郎さんがQ地点からR地点まで進むのにかかった時間を x，y を用いて表せ。

(3) x，y の値を求めよ。

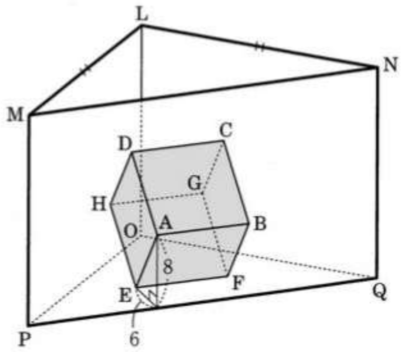
5 （図1）のように，底面が直角二等辺三角形である三角柱の容器LMN－OPQの中に，立方体のおもりABCD－EFGHが入っている。立方体は，三角柱の側面MPQNと辺ABで接し，底面OPQと辺EFで接している。また，側面NQOLと頂点Gで接し，側面LOPMと頂点Hで接している。頂点Aと辺PQの距離が8，頂点Eと辺PQの距離が6であるとき，次の問いに答えよ。

(1) 立方体の1辺の長さを求めよ。

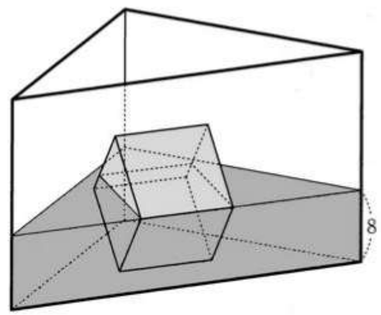
(2) 頂点Hと辺OPの距離を求めよ。

(3) 辺LMの長さを求めよ。

(4) （図2）のように，水の深さが8になるまで容器に水を注いだ。このとき，注いだ水の体積を求めよ。



（図1）



（図2）

2023年度　数　学　解答用紙

1

(1)	(2)	(3) $x =$
(4)		(5) $n =$
(6)	(7)	(8) $\angle x =$ °

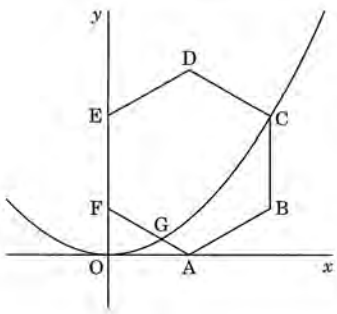
2

(1)	(2) (3)	(4)	(5) (6)
(7) (,)	(8)	(9)	(10)

3

(1) $x =$	(2) $a =$

(3)



答. ＿＿＿＿＿＿＿＿

4

(1)	(2) （分）
(3) $x =$, $y =$	

5

(1)	(2)	(3)	(4)

↓ここにシールを貼ってください↓

2302300

2023年度　数　学　解答用紙

1　各4点

(1) $-\dfrac{2x^2}{y}$	(2) $18-12\sqrt{3}$	(3) $x=$ 58
(4) $(a+b)(a-b)(x+1)(x-1)$		(5) $n=$ 60
(6) 10	(7) $\dfrac{5}{12}$	(8) $\angle x=$ 44°

32点

2　(1)～(8) 各2点　(9), (10) 各4点

(1) $\dfrac{6}{13}x$	(2) 0	(3) 13 完答	(4) $-3x+30$	(5) 7	(6) 10 完答
(7) $\left(\dfrac{26}{3},\ 4\right)$	(8) 20		(9) 15	(10) $\dfrac{117}{7}$	

20点

3　(1) 5点　(2) 5点　(3) 8点

(1) $x=\sqrt{3}$	(2) $a=\dfrac{1}{4}$

(3)

まず，点Gのx座標を求める。

直線FAの式は　$y=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}x+1$　である。

$\dfrac{1}{4}x^2=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}x+1$　とすると，　$\sqrt{3}x^2+4x-4\sqrt{3}=0$

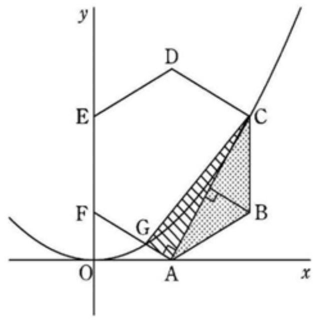
これを解くと　$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times\sqrt{3}\times(-4\sqrt{3})}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，$-2\sqrt{3}$

点Gのx座標は正であるから　$x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

点Aのx座標は$\sqrt{3}$であるから，FG：GA＝2：1　　よって　$GA=\dfrac{1}{3}FA=\dfrac{2}{3}$

したがって，四角形ABCGの面積は

$\triangle ABC+\triangle ACG=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times1+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times2\sqrt{3}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$



答. $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

18点

4　(1) 5点　(2) 5点　(3) 4点

(1) $20x+20y=2700$	(2) $34-\dfrac{20y}{x}$，$54-\dfrac{2700}{x}$　など　(分)
(3) $x=$ 60，$y=$ 75	

14点

5　各4点

(1) 10	(2) 6	(3) $19\sqrt{2}$	(4) 2263

16点

↓ここにシールを貼ってください↓

2302300