函館ラ・サール高等学校　　入学試験問題

２０２３．２．１４　　数学（６０分）

- 分数で答える場合は，それ以上約分ができない数で答えなさい。
- 円周率は$\pi$とします。
- 問題用紙，解答用紙，計算用紙を切り取って使用してはいけません。

## 1

（１）　$16\div(-2)^2+5\times(-2^2)$　を計算しなさい。

（２）　$\left(-\dfrac{y}{x}\right)\times\dfrac{x^3}{y^4}\div\left(\dfrac{x}{y}\right)^3$　を計算しなさい。

（３）　$-\dfrac{5x+2y-2}{3}+x+y+\dfrac{3x+y-2}{2}$　を計算しなさい。

（４）　$(x^2+1)^2-(7x-11)^2$　を因数分解しなさい。

（５）１次関数 $y=-2x+a$ において，$x$ の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき，$y$ の変域が $-1\leqq y\leqq b$ である。このとき，$a$，$b$ の値を求めなさい。

（６）連立方程式 $\begin{cases} y=-3x-2 \\ 2x+3y=15 \end{cases}$ を解きなさい。

（７）$x=\sqrt{2023}$ のとき，$x^2-89x+1980$ の値について，①から③の中から正しいものを１つ選び，番号で答えなさい。

①　符号は正である。　　②　符号は負である。　　③　0 である。

# 2

（１）濃度が $x$ %の食塩水 150 g と濃度が 7%の食塩水 300 g を混ぜて，450 g の食塩水を作る。次に，この食塩水に 50 g の水を混ぜると濃度が 5.1%の食塩水 500 g ができた。このとき，$x$ の値を求めなさい。

（２）袋の中に 1 から 5 までの数字が書かれたカードが 1 枚ずつ合計 5 枚入っている。この袋から 1 枚カードを取り出して，元に戻さずにもう 1 枚カードを取り出す。このとき，次の確率を求めなさい。

① 取り出した 2 枚のカードの数字の和が 3 の倍数になる確率

② 取り出した 2 枚のカードの数字の最大公約数が素数になる確率

（３）PR＝2cm，RQ＝1cm の直角三角形 PQR が最初，図 1 の位置にある。直角三角形 PQR を図 1 から図 2 のように動かしたとき，∠QOX の大きさがどのように変化するかを調べた。その結果として正しいものを①から⑤の中から 1 つ選び，番号で答えなさい。ただし，直角三角形 PQR の頂点 R は半直線 OY 上を，頂点 P は半直線 OX 上を動き，半直線 OX と半直線 OY は垂直に交わっているものとする。

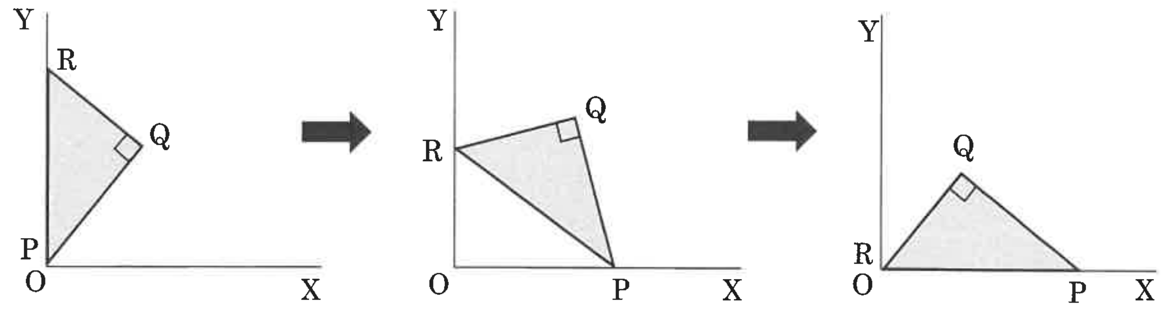
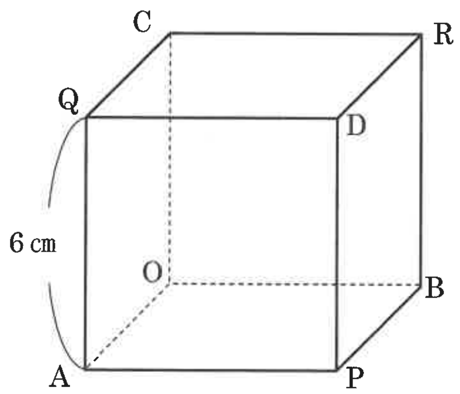


図 1　　図 2

① 角の大きさは増加していく。
② 角の大きさは減少していく。
③ 角の大きさは増加した後に減少していく。
④ 角の大きさは減少した後に増加していく。
⑤ 角の大きさは常に一定である。

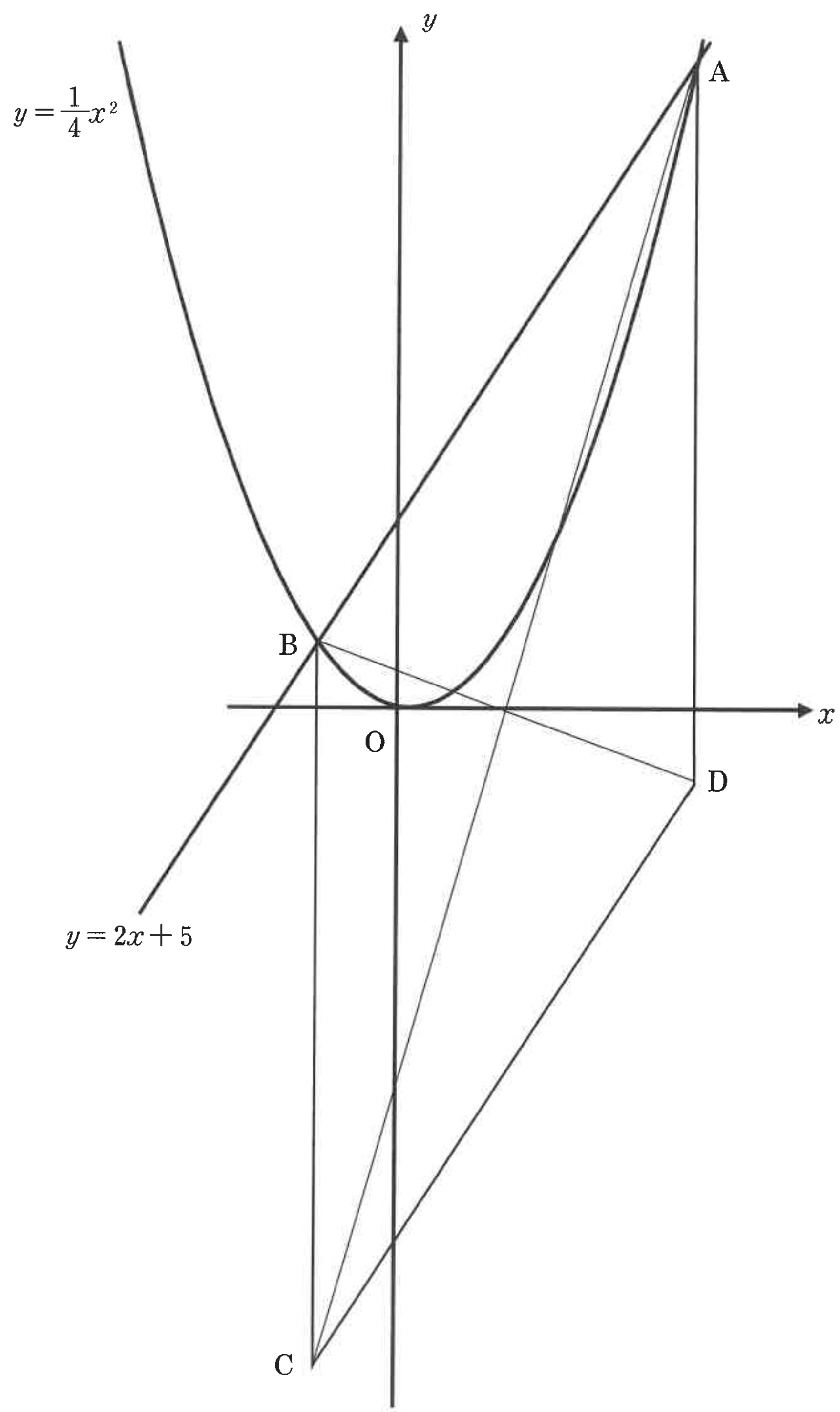
３　図のような１辺の長さが 6cm の立方体 OAPB－CQDR がある。この立方体から立体 A－OPQ，立体 B－OPR，立体 D－PQR を除いた立体①を考える。




（１）立体①の体積を求めなさい。

（２）辺 OC の中点を S とする。立体①を，面 CQR に平行で，点 S を通る平面で切ったとき，切り口の図形の面積を求めなさい。

**4** 下の図のように，放物線 $y=\frac{1}{4}x^2$ と直線 $y=2x+5$ が 2 点 A, B で交わっている。辺 AD と辺 BC が $y$ 軸に平行で，対角線 AC と BD の交点が $x$ 軸上にあるような平行四辺形 ABCD をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，座標の 1 目盛りを 1cm とする。




（1）点 A の座標を求めなさい。ただし，点 A の $x$ 座標は正の数とする。

（2）平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。

（3）線分 AB の長さを求めなさい。

（4）平行四辺形 ABCD を，直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

**５** 太郎君とケン君が次の数学の問題について話をしています。

**問題**

１から $n$ までの自然数の積を $n!$ と表すことにする。例えば $4!=1\times2\times3\times4$ である。このとき，16! を 17 で割った余りを求めなさい。

会話文をよく読んで次の問いに答えなさい。

ケン：16! は数が大きすぎて計算できないな。1 から 16 までの整数の掛け算を計算せずに余りを考えることはできないかなぁ。

太郎：できるよ。簡単な例題からやってみよう。264 を 7 で割った余りはいくつかな。

ケン：簡単さ。商が $\boxed{\text{ア}}$ で，余りは $\boxed{\text{イ}}$ だね。

太郎：正解。つまり，$264=7\times\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}$ と書くことができるね。7 で割っているから余りは 0 から 6 の整数のいずれかになるね。
では次に $11\times24$ を 7 で割った余りを考えるよ。$11\times24=264$ と直接計算せずに分配法則を使って考えてみよう。
まず，11 と 24 をそれぞれ 7 で割ったときの商と余りを考えてみよう。

ケン：11 を 7 で割ると商が 1 で余り 4，24 を 7 で割ると商が 3 で余り 3 だから，
$11=7\times1+4$，$24=7\times3+3$ と表すことができるね。
そうすると，$11\times24=(7\times1+4)\times(7\times3+3)$ になるね。

太郎：そうだね。では，$7\times1$ と $7\times3$ を 1 つの数と考えて分配法則を使うとどうなるかな。

ケン：$(7\times1\times7\times3)+(7\times1\times3)+(4\times7\times3)+4\times3$ になるね。

太郎：そうだよ。3 つの(　)の中の掛け算には必ず 7 が入っているから，3 つの(　)の中を計算して加えた数は 7 の倍数だよね。すなわち，$11\times24=7\times\square+4\times3$ という式で表すことができる。

ケン：でも，これだと余りは $4\times3=12$ になって，6 より大きくなってしまうね。
ちょっと待てよ。$12=7\times1+5$ だから，$11\times24$ を 7 で割った余りは，$4\times3$ を 7 で割った余りと同じになるね。ということは，答えは $\boxed{\text{イ}}$ だね。
$11\times24=264$ と直接計算せずに余りを考えることができるんだね。

太郎：そうさ。では，$8\times16\times24$ を 7 で割った余りなんてすぐに求められるよね。

ケン：同じように考えて…。答えは $\boxed{\text{ウ}}$ だね。

太郎：そうそう，その調子。じゃあ，$8\times15\times22\times29\times36\times43\times50\times57\times64\times3$ を 7 で割った余りはいくつかな。

ケン：わかりやすい問題だね。簡単さ，答えは $\boxed{\text{エ}}$ だね。

太郎：正解。では，この考え方を使って，まずは 6! を 7 で割った余りを考えてみよう。

ケン：$6!=1\times2\times3\times4\times5\times6$ だから，この掛け算を並べ替えると考えやすくなるね。
$6!=(2\times4)\times(3\times5)\times(1\times6)$ と考えると答えはすぐに求まるね。答えは $\boxed{\text{オ}}$ だね。コツがわかってきたよ。

太郎：正解。では本題だ。16! を 17 で割った余りを考えてみよう。

ケン：なかなか大変だったけど，答えは $\boxed{\text{カ}}$ だね。

太郎：この考え方を応用すると $2^{2023}$ を 7 で割った余りも考えることができるね。

（１）会話文中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる数を答えなさい。

（２）$2^{2023}$ を 7 で割った余りを求めなさい。

函館ラ・サール高等学校

2023. 2. 14

# 数　学
# 解答用紙

受験番号 5

1

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|
| $-16$ | $-\dfrac{1}{x}$ | $\dfrac{5x+5y-2}{6}$ |

| (4) | (5) | |
|---|---|---|
| $(x^2+7x-10)(x-3)(x-4)$ | $a=3$ | $b=5$ |

| (6) | | (7) |
|---|---|---|
| $x=-3$ | $y=7$ | ② |

2

| (1) | (2) ① | (2) ② | (3) |
|---|---|---|---|
| $x=3$ | $\dfrac{2}{5}$ | $\dfrac{1}{10}$ | ⑤ |

3

| (1) | (2) |
|---|---|
| 108 $cm^3$ | $\dfrac{45}{2}$ $cm^2$ |

4

| (1) | (2) | (3) | (4) |
|---|---|---|---|
| ( 10 , 25 ) | 312 $cm^2$ | $12\sqrt{5}$ cm | $\dfrac{8112\sqrt{5}}{5}\pi$ $cm^3$ |

5

| (1) ア | イ | ウ | エ | オ | カ |
|---|---|---|---|---|---|
| 37 | 5 | 6 | 3 | 6 | 16 |

| (2) |
|---|
| 2 |

函館ラ・サール高等学校
２０２３．１．１４

# 入学試験問題
# 数学(６０分)

**高校推薦・県外１**

- **分数で答える場合は、それ以上約分が出来ない数で答えなさい。**
- **根号を含む形で答える場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。**
- **円周率は$\pi$とする。**
- **問題用紙、解答用紙、計算用紙は切り取って使用してはいけません。**

## 1 次の問いに答えなさい。

（１） $\sqrt{3}\times\sqrt{6}-\dfrac{2}{\sqrt{2}}$を計算しなさい。

（２） $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2\times\left\{(-3)^3\div\left(\dfrac{3}{2}\right)^3-\left(-\dfrac{2}{5}\right)\right\}$を計算しなさい。

（３） $a=\dfrac{2}{3}$、$b=\dfrac{1}{3}$のとき、$9ab\times(-2a^3)\div3ab^3$の値を求めなさい。

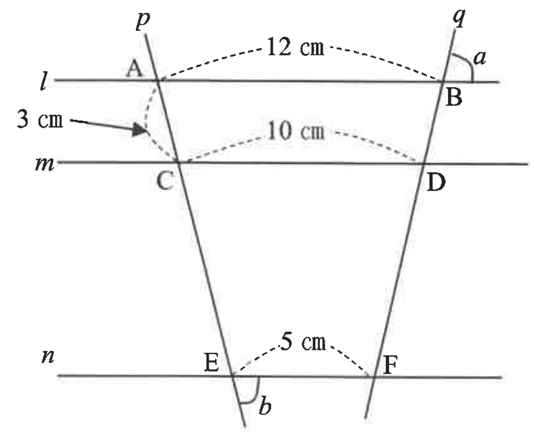
（４） $(a-b)^2-a+b-12$を因数分解しなさい。

（５） 2 次方程式 $2x(2x-5)+1=x^2+2x-8$ を解きなさい。

（６） 378 にできるだけ小さい自然数 $n$ をかけて、その結果をある自然数の 2 乗にしたい。自然数 $n$ を求めなさい。

（７） 関数 $y=ax^2$ と $y=3x+2$ について、$x$ の値が 2 から 6 まで増加するとき、2 つの関数の変化の割合が等しい。このとき、$a$ の値を求めなさい。

（８） 3 つの平行な直線 $l, m, n$ と 2 つの平行でない直線 $p, q$ が下の図のように交わっている。$\angle a=\angle b$ のとき、DF の長さを求めなさい。



## 2 次の問いに答えなさい。

〔1〕十分長い階段の中ほどの同じところに、ナオキ君とサトシ君がいる。2 人がここからじゃんけんを始め、勝つと 2 段上がり、負けると 1 段下がる。あいこのときは 2 人とも動かないが、じゃんけんの回数には入れる。じゃんけんを 25 回したとき、ナオキ君はもとの位置より 19 段上に、サトシ君はもとの位置より 2 段下にいた。

このとき、ナオキ君の勝った回数、負けた回数、あいこだった回数をそれぞれ求めなさい。

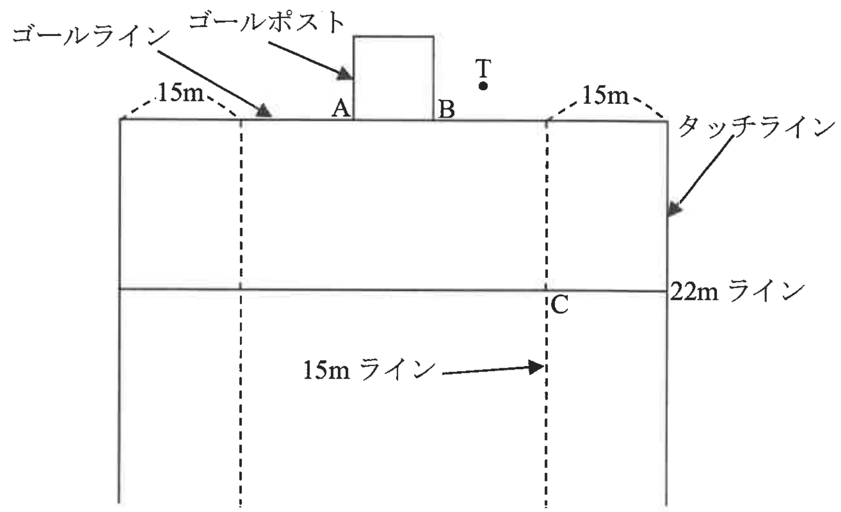
〔2〕テレビのインチ数は、テレビの画面を長方形と考えたときの対角線の長さのことをいい、テレビの画面の横の長さと縦の長さの比は 16 : 9 であることが知られている。

（1） $n$ を自然数とする。$n$ インチのテレビの画面の横の長さと縦の長さを $n$ を用いて表しなさい。ただし、長さの単位はインチとする。

（2） タカノリ先生は引っ越したため、新しくテレビを買い替えようとしている。当初 65 インチのテレビを使っていたが、引っ越した先の部屋が元の部屋よりも広かったため、画面の面積が 65 インチのテレビの画面の面積の $\frac{18}{13}$ 倍になるべく近い大きさのテレビを買うことにした。タカノリ先生は何インチのテレビを買えばよいか。次の中から最も適当なものを選び、番号で答えなさい。

① 70　② 75　③ 80　④ 85　⑤ 90　⑥ 95　⑦ 100

〔3〕下の図はラグビーグラウンドのゴールポスト付近の拡大図である。ゴールポストの位置を表す点を A、B とし、ゴールラインから 22m の位置にある 22m ラインと、タッチラインから 15m の位置にある 15m ラインの交点の 1 つを C とする。点 T を通りゴールラインに垂直な直線上の点で、ゴールラインから 22m 以上離れていて、∠ACB＝∠ADB となる点 D をコンパスと定規を用いて解答用紙の所定の欄に作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



**3** **次の問いに答えなさい。**

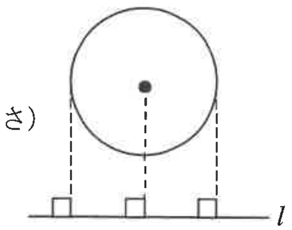
〔１〕1 辺の長さが 10 ㎝の立方体 ABCD－EFGH の各辺 AB、BC、CD、DA、AE、BF、CG、DH、EF、FG、GH、HE の中点をそれぞれ O、P、Q、R、S、T、U、V、W、X、Y、Z とする。この立方体から平面 ORS、平面 OTP、平面 PUQ、平面 QVR、平面 SWZ、平面 TWX、平面 UXY、平面 VYZ で切りとって作った十四面体を考える。

（１）この十四面体の体積を求めなさい。

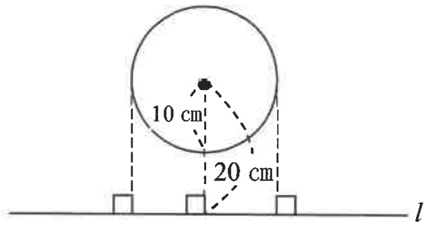
（２）この十四面体の表面積を求めなさい。

〔２〕次の問いに答えなさい。必要ならば次の公式を用いてよい。

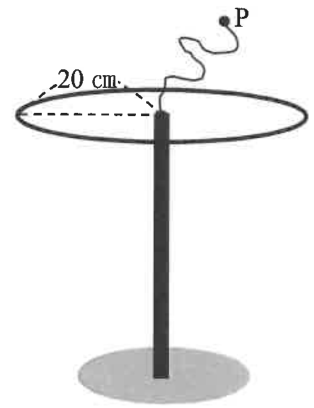
● 右の図のように、1 つの円とこの円に交わらない直線 $l$ がある。
このとき、直線 $l$ を軸にして円を 1 回転させてできる
立体の体積は次のように求められます。
（回転させた円の面積）×（回転させた円の中心が動いた長さ）




（１）右の図のように、円の中心から 20 ㎝離れたところに直線 $l$ があり、円の半径は 10 ㎝とする。このとき、この円を直線 $l$ を軸にして 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。



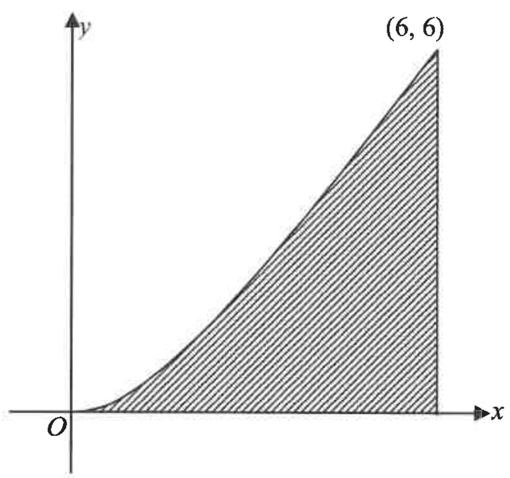

（２）右の図のように、テーブルの脚が床にしっかり固定されている。このテーブルは半径が 20 ㎝の円で、テーブルの脚の長さは 30 ㎝である。このテーブルの中心に、右の図のように長さ 30 ㎝の糸の先端を固定した。糸のもう片方の先端を P とし、P が自由に動くことのできる部分を V とするとき、立体 V の体積を求めなさい。ただし、テーブルの厚さと脚の太さは考えないものとする。



**４　コンピュータのグラフ作成ソフトを用いて、座標平面上に $y=ax^2$ のグラフを作成する。このソフトでは、$a$ に値を入力すると自動的にグラフを $x≧0$ の範囲で作成する。また、グラフは座標の１目盛りが１㎝の方眼に描かれ、$a$ の値は正の有理数のみとする。**

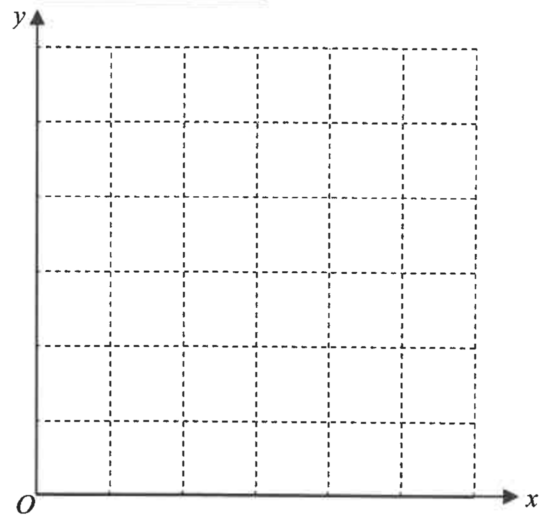
（１）(6, 6)を通るようなグラフを作成するとき、$a$ の値を求めなさい。

（２）$a$ を（１）で求めた値とする。また、下の図の斜線部は、$x$ 軸、$y=ax^2$ のグラフ、点(6, 6)を通り $y$ 軸に平行な直線の３つの線で囲まれた部分を表し、これをＤとおく。
大小２つのサイコロを振り、大きい方のサイコロの目を $x$ 座標、小さい方のサイコロの目を $y$ 座標とする点ＰがＤに含まれる確率を求めなさい。ただし、３つの線上の点もＤに含まれるものとする。




（３）このグラフ作成ソフトを用いて、コンピュータの画面上で$\sqrt{3}$㎝を作りたい。新たに $a$ の値を指定し、そのときのグラフを解答用紙の方眼紙に描き、$\sqrt{3}$㎝となるところを太線で記しなさい。ただし、直線を引くのに定規を使う必要はないが、**コンパスは用いてはならない。**

$a=$



函館ラ・サール高等学校
2023. 1. 14

# 数学 解答用紙

<受験番号>

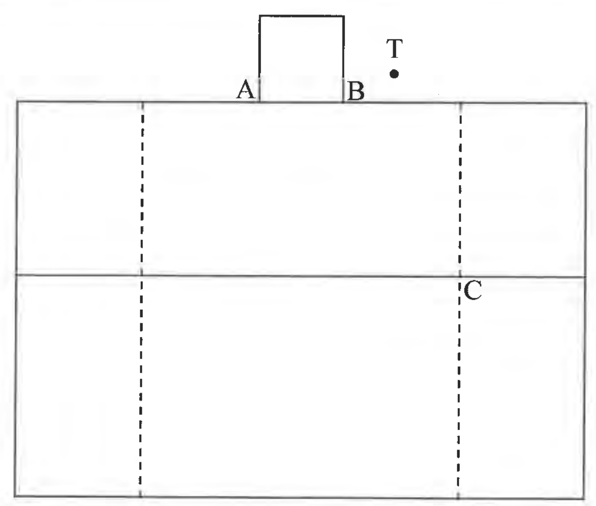
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

**1**

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|
| | | |
| (4) | | (5) |
| | | $x=$ |
| (6) | (7) | (8) |
| $n=$ | $a=$ | cm |

**2**

| 〔1〕 | | |
|---|---|---|
| 勝ち 回 | 負け 回 | あいこ 回 |
| 〔2〕 | | |
| (1) 横 インチ | (1) 縦 インチ | (2) |
| 〔3〕 | | |




**3**

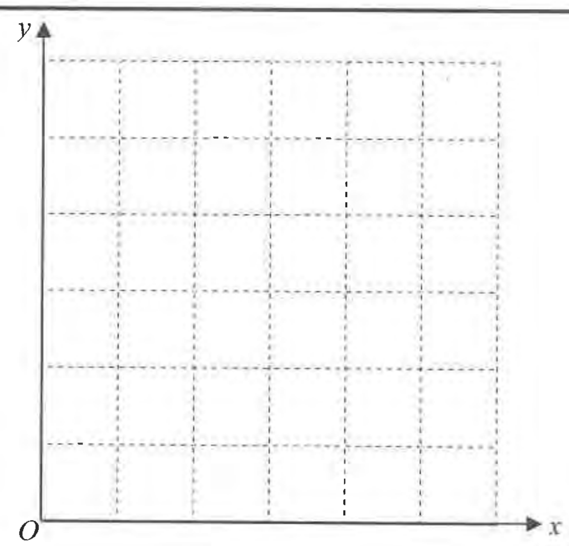
| 〔1〕 | | 〔2〕 | |
|---|---|---|---|
| (1) cm$^3$ | (2) cm$^2$ | (1) cm$^3$ | (2) cm$^3$ |

**4**

| (1) | (2) |
|---|---|
| $a=$ | |

(3)

$a=$



函館ラ・サール高等学校
2023. 1. 14

# 数学 解答用紙

<受験番号>

## 1

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|
| $2\sqrt{2}$ | $-\frac{19}{10}$ | $-16$ |

| (4) | (5) |
|---|---|
| $(a-b-4)(a-b+3)$ | $x=$ 1, 3 |

| (6) | (7) | (8) |
|---|---|---|
| $n=$ 42 | $a=$ $\frac{3}{8}$ | $\frac{15}{2}$ cm |

## 2

〔1〕

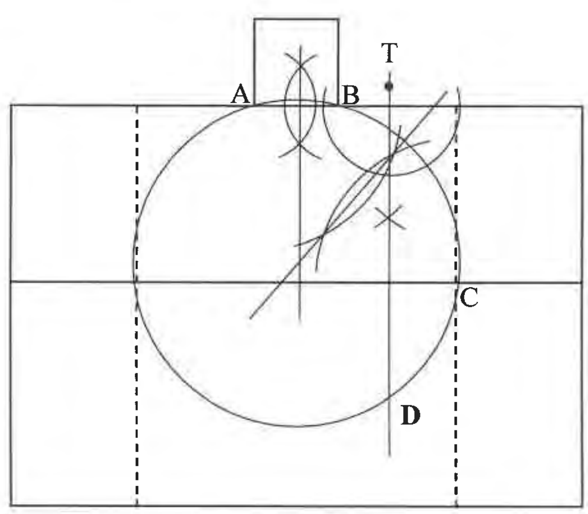
| 勝ち | 負け | あいこ |
|---|---|---|
| 12 回 | 5 回 | 8 回 |

〔2〕

| (1) 横 | (1) 縦 | (2) |
|---|---|---|
| $\frac{16}{\sqrt{337}}n$ インチ | $\frac{9}{\sqrt{337}}n$ インチ | ② |

〔3〕

解答例




## 3

| 〔1〕(1) | 〔1〕(2) | 〔2〕(1) | 〔2〕(2) |
|---|---|---|---|
| $\frac{2500}{3}$ $cm^3$ | $300+100\sqrt{3}$ $cm^2$ | $4000\pi^2$ $cm^3$ | $18000\pi+2000\pi^2$ $cm^3$ |

## 4

| (1) | (2) |
|---|---|
| $a=$ $\frac{1}{6}$ | $\frac{13}{36}$ |

(3)

$a=$ (例) 1