数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，**7** ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は **50** 分で，終わりは**午前 11** 時 **00** 分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい。**

6　答えに分数が含まれるときは，**それ以上約分できない形で表しなさい。**

7　答えは，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

8　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

9　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。**

10　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問１〕 $11^2 - 33^2 - 44^2 + 55^2$ を計算せよ。

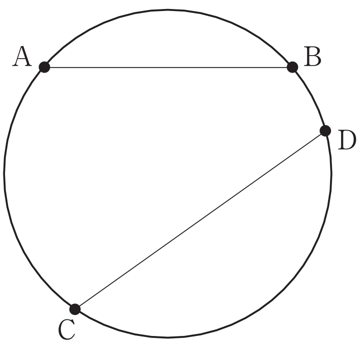
〔問２〕 x についての方程式 $4x + \dfrac{x-a}{3} = a - 1$ の解が -1 であるとき，a の値を求めよ。

〔問３〕 １から６までの目が出る１つのさいころを２回投げて，１回目に出た目の数を a，２回目に出た目の数を b とするとき，$a + 2b$ が偶数となる確率を求めよ。
ただし，１から６までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問４〕 次の表は，20人の生徒に５点満点のテストを行ったとき，３点を基準にして，得点から基準を引いた値ごとの人数をまとめたものである。
このテストの平均点が3.4点のとき，表中の m の値を求めよ。

得点から基準を引いた値（点）	-3	-2	-1	0	1	2
人数（人）	0	1	m	5	n	4

〔問５〕 図のように，４点 A，B，C，D は，１つの円周上にあり，A，C，D，B の順に並んでいる。点 A と点 B，点 C と点 D をそれぞれ結ぶ。
線分 AB と線分 CD が平行でないとき，線分 AB の中点で線分 AB と接し，線分 CD にも接する円を，定規とコンパスを用いて作図せよ。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



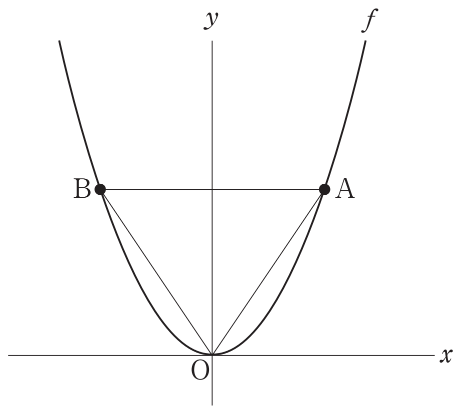
2　右の図で，点Oは原点，曲線fは関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフを表している。

点A，点Bは，ともに曲線f上にあり，y座標は等しく，互いに一致しない。

点Aのx座標をa（$a>0$）とする。

点Oと点A，点Oと点B，点Aと点Bをそれぞれ結ぶ。

点Oから点（1，0）までの距離，および点Oから点（0，1）までの距離をそれぞれ1 cmとして，次の各問に答えよ。



〔問１〕　$a=3$のとき，△OABの面積は何cm^2か。

〔問２〕『$\angle$AOB ＝ 90° の場合を考える。

点 A を通り△OAB の面積を 2 等分する直線と，曲線 f との交点のうち，

点 A と異なる点を C とする。点 C の座標を求めよ。』

という問題を，下の [　　] の中のように解いた。

[①] ～ [④] に当てはまる数，[⑤] に直線の式を書け。

また，[⑥] には答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算などを書き，

解答を完成させよ。

【解答】 点 A は曲線 f 上の点である。

また，△OAB で$\angle$AOB ＝ 90° のとき，

点 A を通り x 軸に垂直な直線を引き，x 軸との交点を H とすると，

△AOH は，$\angle$AOH ＝ 45°，$\angle$OAH ＝ 45°，$\angle$AHO ＝ 90° の

直角三角形であることから，点 A の座標は（ [①] ， [②] ）であることが分かる。

次に，点 A を通り△OAB の面積を 2 等分する直線を考えると，

この直線は，線分 OB の中点を通る。

線分 OB の中点を D とすると，その座標は（ [③] ， [④] ）だから，

2 点 A，D を通る直線の式は，[⑤]

したがって，点 C の x 座標を t とすると，

[⑥]

〔問３〕 △OAB が正三角形のとき，曲線 f 上にあり x 座標が -2 である点を E とし，

点 O と点 E，点 A と点 E をそれぞれ結んだ場合を考える。

△OAE の面積は何 cm^2 か。

3 右の**図 1** で，△ABC は鋭角三角形である。

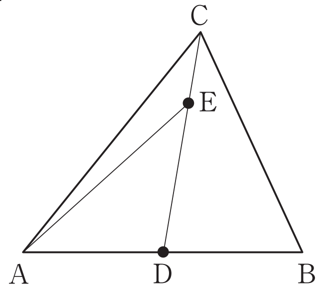
辺 AB の中点を D とし，頂点 C と点 D を結ぶ。

点 E は，線分 CD 上にある点で，頂点 C と点 D のいずれにも一致しない。

頂点 A と点 E を結ぶ。

次の各問に答えよ。

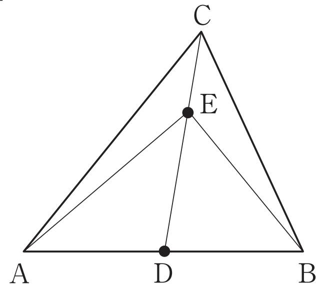
図 1



〔問 1〕 右の**図 2** は，**図 1** において，頂点 B と点 E を結び，AD ＝ DE の場合を表している。

∠AEB の大きさは何度か。

図 2

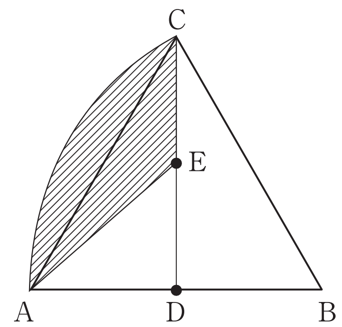


〔問 2〕 右の**図 3** のおうぎ形 BAC は，**図 1** において，△ABC が正三角形のとき，辺 AB を，頂点 B を中心として，時計回りに 60° 回転移動させてできたおうぎ形である。

AB ＝ 4 cm，点 E が辺 CD の中点のとき，▨ で示された図形の面積は何 cm^2 か。

ただし，円周率は π とする。

図 3

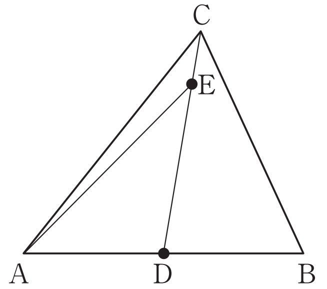


〔問３〕 右の**図４**は，**図１**において，AC ＞ BC，AE ＝ BC の場合を表している。

∠BCD と等しい角を次の①，②，③のうちから１つ選び，解答欄に○を付け，選んだ角が∠BCD と等しいことを証明せよ。

①　∠ACE　　②　∠AED　　③　∠CBD

図４

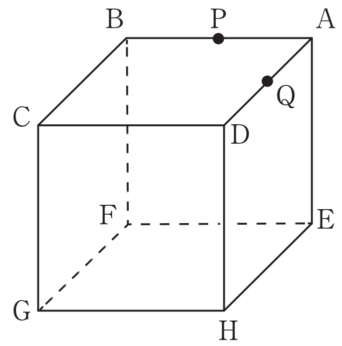


4 右の**図 1** に示した立体 ABCD−EFGH は，1 辺の長さが 6 cm の立方体である。

辺 AB，辺 AD の中点をそれぞれ P，Q とする。

次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 辺 FG の中点を R とし，点 P と点 R を結んだ場合を考える。

線分 PR の長さは何 cm か。

〔問 2〕『この立方体を 3 点 F，P，Q を通る平面で分けたとき，頂点 E から 3 点 F，P，Q を通る平面に垂直な直線を引き，3 点 F，P，Q を通る平面との交点を I とする。線分 EI の長さは何 cm か。』

という問題について，アオさんとヤマさんが次のような会話をしている。

会話文を読んで，あとの(1)，(2)に答えよ。

アオさん：直接，線分 EI の長さを求めるのは難しそうだね。
ただ，3 点 F，P，Q を通る平面上に点 H もあるよね。

ヤマさん：線分 FP，線分 HQ，線分 EA をそれぞれ延長すると 1 点で交わるから，
この交点を J として，三角すい J−FHE で考えると良さそうだね。

アオさん：長さが分からない線分があるけれど，△JAQ と△HDQ の合同から
求めることができそうだね。

ヤマさん：証明を書いてみたよ。

【ヤマさんが書いた証明】

△JAQ と△HDQ において，

$\boxed{\text{ア}}$ は等しいから，∠JQA ＝ $\boxed{\text{イ}}$ …①

∠JAQ ＝ ∠HDQ ＝ 90° …②

点 Q は辺 AD の $\boxed{\text{ウ}}$ であるから，AQ ＝ $\boxed{\text{エ}}$ …③

①，②，③より，$\boxed{\text{オ}}$ から，

△JAQ ≡ △HDQ

アオさん：この証明の結果を利用すれば，線分 EI の長さを求める方法はいろいろ
考えられるよね。

ヤマさん：三角すいの体積に注目すると，線分 EI の長さを求めることができそうだよ。

アオさん：三角形の面積や三角形の相似に注目しても求めることができそうだね。

(1)　【ヤマさんが書いた証明】の中にある $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{オ}$ に当てはまる最も適切なものを次の語群の中のa～nの中からそれぞれ1つずつ選び，記号で答えよ。

語群

a　対頂角　　b　同位角　　c　錯角　　d　中点　　e　交点

f　∠JEH　　g　∠JHE　　h　∠HDQ　　i　∠HQD　　j　AP　　k　DQ

l　3組の辺がそれぞれ等しい

m　2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

n　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

(2)　会話文でアオさんとヤマさんは，問題を解く方法として，

X：三角すいの体積，Y：三角形の面積，Z：三角形の相似

のいずれかに注目すると，線分EIの長さを求めることができそうだと話している。

あなたなら，X，Y，Zのどれに注目をして問題を解くか。

X，Y，Zのうちから1つ選び，解答欄に○を付け，線分EIの長さは何cmか求めよ。

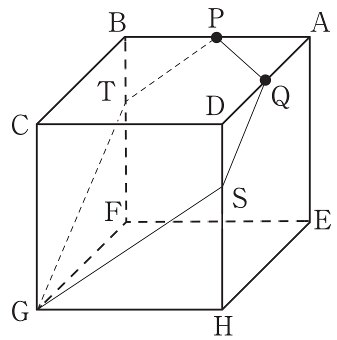
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

また，**合同な図形や相似な図形の性質を用いる場合は証明せずに用いてもよい。**

〔問3〕　右の**図2**は，**図1**において，3点G，P，Qを通る平面と，辺DHとの交点をS，辺BFとの交点をTとし，頂点Gと点S，頂点Gと点T，点Pと点Q，点Pと点T，点Qと点Sをそれぞれ結んだ場合を表している。

五角形GSQPTの面積は何cm^2か。

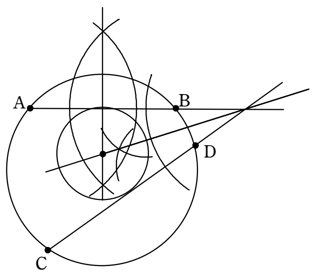
図2



正答表

1

1		点
〔問 1〕	121	5
〔問 2〕	$-\frac{5}{2}$	5
〔問 3〕	$\frac{1}{2}$	5
〔問 4〕	4	5
〔問 5〕		5



2

2					点
〔問 1〕	$\frac{27}{2}$ cm²				7
〔問 2〕	①	2	②	2	2
	③	−1	④	1	2
	⑤	$y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$			2
	⑥	【 途中の式や計算など 】			4

点 C は曲線 f 上の点だから，$C\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$ とおける。

また，点 C は直線 AD 上の点でもあるから，$C\left(t,\ \frac{1}{3}t+\frac{4}{3}\right)$

よって，　$\frac{1}{2}t^2=\frac{1}{3}t+\frac{4}{3}$　から，$3t^2-2t-8=0$

解の公式より，　$t=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times3\times(-8)}}{2\times3}$

$=\frac{2\pm\sqrt{100}}{6}=\frac{2\pm10}{6}=-\frac{4}{3},\ 2$

点 C は点 A と異なる点だから，$t=2$ ではない。

よって，$t=-\frac{4}{3}$

したがって，点 C の座標は $\left(-\frac{4}{3},\ \frac{8}{9}\right)$

（答え）　$C\left(-\frac{4}{3},\ \frac{8}{9}\right)$

		点
〔問 3〕	$(2\sqrt{3}+6)$ cm²	8

※2〔問 2〕①，②ともに「正答」で，点を与える。
※2〔問 2〕③，④ともに「正答」で，点を与える。

3

3		点
〔問 1〕	90 度	7
〔問 2〕	$\left(\frac{8}{3}\pi-3\sqrt{3}\right)$ cm²	8
〔問 3〕	【選んだ記号】 ①　②　③	10

【選んだ記号】

①　②　③

【 証 明 】

線分CDを延長し，
点Aを通り線分BCに平行な直線を引き，
交点をFとする。
△BCDと△AFDにおいて，
仮定より，
　BD＝AD・・・①
対頂角は等しいから，
　∠BDC＝∠ADF・・・②
CB∥AFより，平行線の錯角は等しいから，
　∠CBD＝∠FAD・・・③
①，②，③より，
１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　△BCD≡△AFD
よって，BC＝AFであり，
仮定より，BC＝AEであるから，
AF＝AEとなり，△AFEは二等辺三角形となる。
したがって，∠AFD＝∠AED・・・④
また，△BCD≡△AFD であるから，
　∠BCD＝∠AFD・・・⑤
④，⑤より，　∠BCD＝∠AED

4

4						点
〔問 1〕	$3\sqrt{6}$ cm					7
〔問 2〕	(1)	ア	a	イ	i	1
		ウ	d	エ	k	1
		オ	n			1
	(2)	【選んだ記号】 X　Y　Z				7

【選んだ記号】

X　Y　Z

【 途中の式や計算など 】

線分EG と線分FH の交点を M とする。
△JAQ ≡ △HDQ より，
　JA = HD = 6 (cm)，JQ = HQ
よって，立体 J−FHE の体積は，

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6^2\times12=72$ (cm³)

また，JE= 12 (cm)，EM= $\frac{1}{2}$ EG = $3\sqrt{2}$ (cm)

三平方の定理より，

JM = $\sqrt{12^2+(3\sqrt{2})^2}=9\sqrt{2}$ (cm)

よって，△JFH の面積は，

$\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times9\sqrt{2}=54$ (cm²)

立体 J−FHE の体積は，
△JFH を底面とすると，EI が高さであるから，

$\frac{1}{3}\times54\times EI=72$ から，

EI= 4 (cm)

（答え）　4 cm

		点
〔問 3〕	$\frac{21\sqrt{17}}{2}$ cm²	8

※4〔問 2〕(1)ア，イともに「正答」で，点を与える。
※4〔問 2〕(1)ウ，エともに「正答」で，点を与える。