数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは午前11時00分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　計算が必要なときは，この問題用紙の余白を利用しなさい。

5　解答は全て解答用紙にＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

6　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。**

7　**円周率は π を用いなさい。**

8　解答は，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

9　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい解答を書きなさい。

10　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の 〇 の中を正確に塗りつぶしなさい。**

11　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

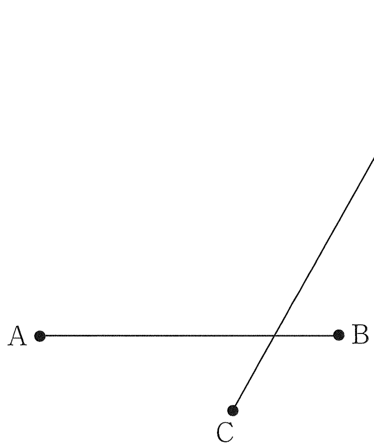
1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $x = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$，$y = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ のとき，$x^2 + y^2 - 3xy$ の値を求めよ。

〔問2〕 連立方程式 $\begin{cases} 1 - x = \dfrac{2}{3}y \\ \dfrac{2}{5}x = 1 - y \end{cases}$ を解け。

〔問3〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。
大きいさいころの出た目の数を十の位の数，小さいさいころの出た目の数を一の位の数とする2桁の整数をつくる。つくった整数を4で割った余りが，3である確率を求めよ。
ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問4〕 図のように，線分ABと線分CDがあり，互いに交わっている。
解答欄に示した図をもとにして，線分CD上にあり$\angle APB = 45°$となる点Pを，定規とコンパスを用いて作図し，点Pの位置を示す文字Pも書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

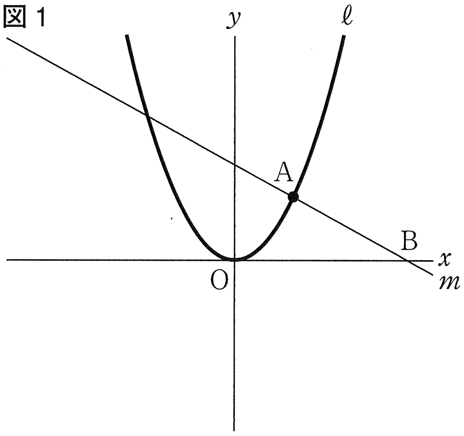


2 右の**図 1** で，点Oは原点，曲線 ℓ は $y = ax^2$ $(a > 0)$ のグラフ，点Aは曲線 ℓ 上にあり，x 座標が2の点，直線 m は点Aを通る $y = bx + c$ $(b \neq 0)$ のグラフを表している。

直線 m と x 軸との交点をBとする。

原点から点 (1, 0) までの距離，および原点から点 (0, 1) までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

図 1



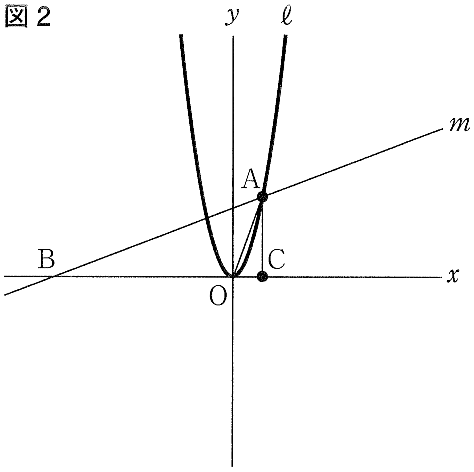
〔問 1〕 $b = -\dfrac{1}{4}$，$c = 9$ のとき，a の値を求めよ。

〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** において，x 軸上にあり点Aと x 座標が等しい点をCとし，点Aと点C，点Aと点Oをそれぞれ結んだ場合を表している。

点Bの x 座標が負の数，3AC = BC，△OABの面積が $28\ \text{cm}^2$ のとき，a，b，c の値をそれぞれ求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 2

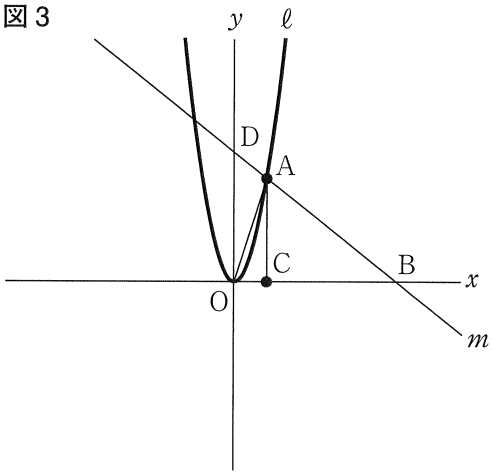


〔問 3〕　右の**図 3** は，**図 2** において，点 B の x 座標が点 C の x 座標より大きいとき，直線 m と y 軸との交点を D とした場合を表している。

$a = \dfrac{3}{2}$，△OAB の面積と△OAD の面積の比が 4：1 のとき，△OAB を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を S cm^3，△OAD を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を T cm^3 とする。

S と T の比を最も簡単な整数の比で表せ。

図 3



3 右の**図1**で，△ABC は，∠ACB = 90°の直角三角形である。

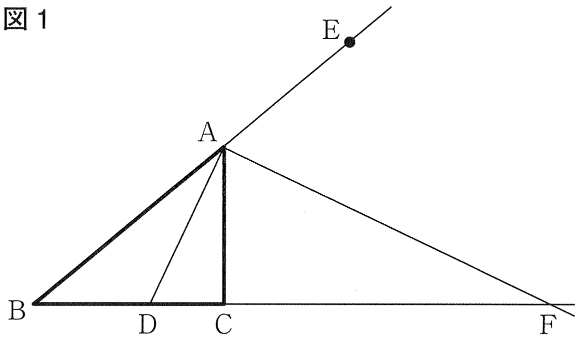
∠BAC の二等分線を引き，辺 BC との交点を D とする。

辺 AB を A の方向に延ばした直線上にある点を E とする。

∠CAE の二等分線を引き，辺 BC を C の方向に延ばした直線との交点を F とする。

次の各問に答えよ。

図1



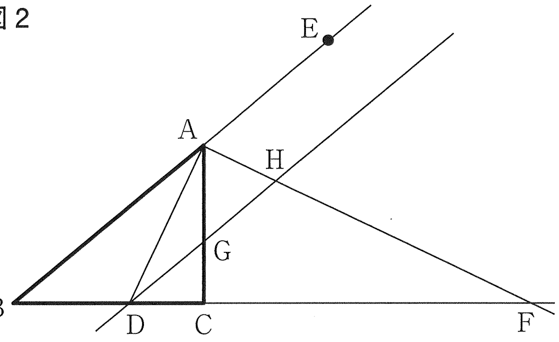
〔問1〕　頂点 C と点 E を結んだ場合を考える。

AB = 5 cm，AE = 3 cm，AD // EC のとき，線分 CD の長さは何 cm か。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，
点 D を通り辺 AB に平行な直線を
引き，辺 AC との交点を G，
線分 AF との交点を H とした場合を
表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図 2



(1)　△ADH ∽ △AFD であることを証明せよ。

(2)　頂点 B と点 H を結んだ場合を考える。

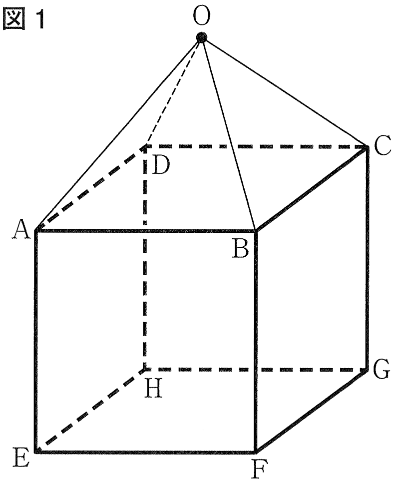
AG = 3 cm，CG = 2 cm のとき，△BDH の面積は何 cm^2 か。

4 右の**図1**で，立体 ABCD − EFGH は1辺の長さが 6 cm の立方体である。

四角形 ABCD を含む平面に関して頂点 E と反対側にあり，OA = OB = OC = OD = 6 cm となる点を O とし，頂点 A と点 O，頂点 B と点 O，頂点 C と点 O，頂点 D と点 O をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



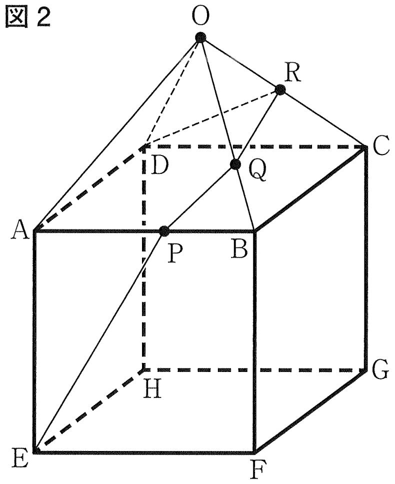
〔問1〕 立体 O − ABCD の体積は何 cm^3 か。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，辺 AB 上にある点を P，線分 OB 上にある点を Q，線分 OC 上にある点を R とし，頂点 D と点 R，頂点 E と点 P，点 P と点 Q，点 Q と点 R をそれぞれ結んだ場合を表している。

EP + PQ + QR + RD = ℓ cm とする。

ℓ の値が最も小さくなるとき，線分 AP の長さと線分 BP の長さの比を求めよ。

図2



〔問 3〕　右の**図 3** は，**図 1** において，辺 AB 上にある点を S，辺 CD 上にある点を T，線分 OA 上にある点を U とした場合を表している。

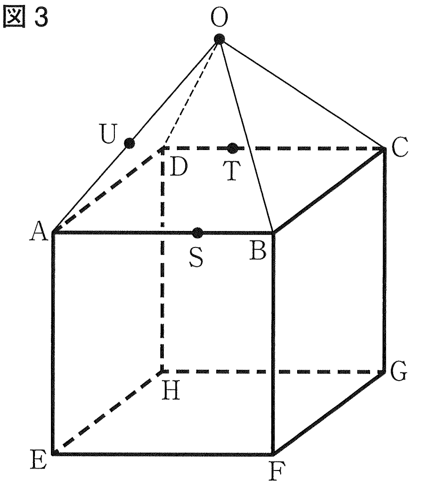
頂点 D と頂点 E，頂点 D と点 U，頂点 E と点 S，頂点 E と点 T，点 S と点 T，点 S と点 U，点 T と点 U をそれぞれ結んだ場合を考える。

BS = x cm とする。

CT = 2BS，AU = $\sqrt{2}$BS，立体 U − ASTD の体積と立体 E − ASTD の体積の和が立体 ABCD − EFGH の体積の $\dfrac{2}{9}$ 倍のとき，x の値を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 3

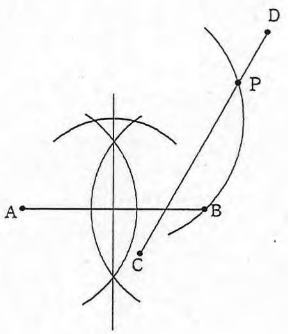


正　答　表

数　学

1

		点
〔問 1〕	16	6
〔問 2〕	$x=\frac{5}{11}$，$y=\frac{9}{11}$	6
〔問 3〕	$\frac{1}{4}$	6
〔問 4〕		7



2

		点
〔問 1〕	$\frac{17}{8}$	7
〔問 2〕	【　途中の式や計算など　】	11

点 A の座標は $(2,\ 4a)$ である。
$3AC=BC$，$AC=4a$ より，$BC=12a$ となる。
また，点 C の x 座標が 2 であるから，
$OB=12a-2$ となる。
よって，

$$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times 4a\times(12a-2)$$
$$=24a^2-4a$$

一方で，△OAB の面積が $28\ \mathrm{cm}^2$ であるから，

$$24a^2-4a=28$$

整理して，

$$6a^2-a-7=0$$

これを解いて，

$$a=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times6\times(-7)}}{2\times6}$$
$$=\frac{1\pm\sqrt{169}}{12}=\frac{1\pm13}{12}=\frac{7}{6},\ -1$$

$a>0$　より，$a=\frac{7}{6}$

よって，点 A の座標は $\left(2,\ \frac{14}{3}\right)$，
点 B の座標は $(-12,\ 0)$ となる。
直線 m はこの 2 点を通るから，

$$\frac{14}{3}=2b+c,\quad 0=-12b+c$$

これを解いて，

$$b=\frac{1}{3},\quad c=4$$

したがって，

$$a=\frac{7}{6},\quad b=\frac{1}{3},\quad c=4$$

（答え）　$a=\frac{7}{6}$，$b=\frac{1}{3}$，$c=4$

		点
〔問 3〕	$S:T=24:1$	7

3

		点
〔問 1〕	$\frac{3}{2}$ cm	7
〔問 2〕 (1)	【　証　明　】	11

△ADH と△AFD において，
共通な角により，
$\angle DAH=\angle FAD$ ……①
$\angle BAD=\angle CAD=a$，$\angle CAF=\angle EAF=b$
とおくと，
$\angle BAC+\angle CAE=180^\circ$ より，$2a+2b=180^\circ$
よって，$a+b=90^\circ$ ……②
AB // HD より，平行線の錯角は等しいから，
$\angle ADH=\angle BAD=a$ ……③
$\angle ACF=90^\circ$ だから，
$\angle AFD=90^\circ-\angle CAF$
$=90^\circ-b=a$（②により）……④
よって，③，④より，$\angle ADH=\angle AFD$ ……⑤
したがって，①，⑤より，
2 組の角がそれぞれ等しいから，
$\triangle ADH \backsim \triangle AFD$

		点
〔問 2〕 (2)	$3\sqrt{5}$　cm^2	7

4

		点
〔問 1〕	$36\sqrt{2}$　cm^3	7
〔問 2〕	$AP:BP=1:\sqrt{3}$	7
〔問 3〕	【　途中の式や計算など　】	11

線分 BS の長さは x cm であるから，線分 AS の長さは $(6-x)$ cm，線分 DT の長さは $(6-2x)$ cm となる。
よって，四角形 ASTD の面積は，

$$\{(6-2x)+(6-x)\}\times6\times\frac{1}{2}=(12-3x)\times6\times\frac{1}{2}$$
$$=36-9x\quad(\mathrm{cm}^2)\quad となる。$$

また，四角形 ABCD の対角線 AC の長さは，

$$6\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}\quad(\mathrm{cm})\quad となる。$$

また，このとき線分AUの長さは $\sqrt{2}x$ cm である。
△AOC は 3 辺の長さの比から $\angle AOC=90^\circ$ の直角二等辺三角形であるから，$\angle OAC=45^\circ$ となる。
点 U から辺 AC に下ろした垂線と線分 AC との交点を K とすると，△AUK も直角二等辺三角形となり，
△AUK の 3 辺の長さの比より，線分 UK の長さは，

$$\sqrt{2}x\times\frac{1}{\sqrt{2}}=x\quad(\mathrm{cm})\quad となる。$$

以上のことから，立体 U－ASTD の体積と立体 E－ASTD の体積は，それぞれ

$$(36-9x)\times x\times\frac{1}{3}=3x(4-x)\quad(\mathrm{cm}^3)$$
$$(36-9x)\times6\times\frac{1}{3}=18(4-x)\quad(\mathrm{cm}^3)$$

この体積の和が立体 ABCD－EFGH の体積の $\frac{2}{9}$ 倍となるから，

$$3x(4-x)+18(4-x)=6^3\times\frac{2}{9}$$

これを解くと，$(x-2)(x+4)=0$ となるから，
$x=2,-4$ となる。
ここで，$0<x<3$ であるから，問題に適するのは，
$x=2$ のみ。

（答え）　2

小計1	小計2	小計3	小計4	合計得点
25	25	25	25	100