数　　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，8ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，**根号の中は最も小さい自然数にしなさい。**

6　答えは全て解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の**◯**の中を正確に塗りつぶしなさい。**

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

$\boxed{1}$　次の各問に答えよ。

〔問1〕　$\dfrac{2}{\sqrt{6}}(18-5\sqrt{3})+3\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)^2$　を計算せよ。

〔問2〕　二次方程式　$(x-2)^2-(x-2)-42=0$　を解け。

〔問3〕　一次関数 $y=ax+b$ $(a<0)$ について，x の変域 $-2 \leqq x \leqq 3$ における y の変域が $-2 \leqq y \leqq 4$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

〔問4〕　1から5までの数字を1つずつ書いた5枚のカード，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$が入った袋がある。

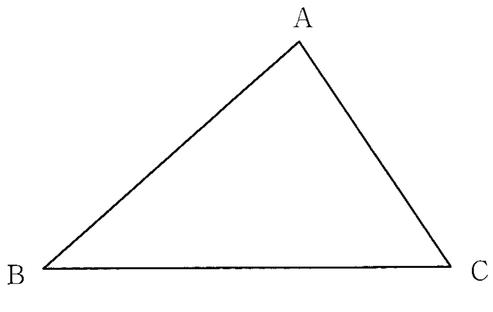
この袋からAさんが1枚のカードを取り出し，その取り出したカードを戻さずに残りの4枚のカードからBさんが1枚のカードを取り出し，その取り出したカードを戻さずに残りの3枚のカードからCさんが1枚のカードを取り出すとき，AさんとCさんの取り出したカードに書かれた数がともに奇数となる確率を求めよ。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕　右の図のように△ABCがある。

頂点Aと頂点Bを通り，中心が∠ABCの二等分線上にある円Oを，定規とコンパスを用いて作図し，中心の点Oの位置を示す文字Oも書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



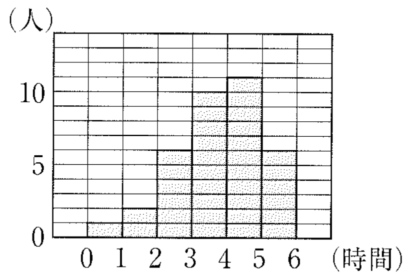
〔問 6〕　K 高校の 3 年 A 組 40 人を対象として，平日の自主学習時間について調査した結果を，右のような度数分布表にまとめた。

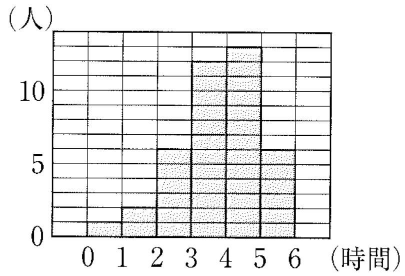
このデータの累積度数分布をヒストグラムの形として正しく示したものは $\boxed{(ア)}$ であり，箱ひげ図として正しく示したものは $\boxed{(イ)}$ である。

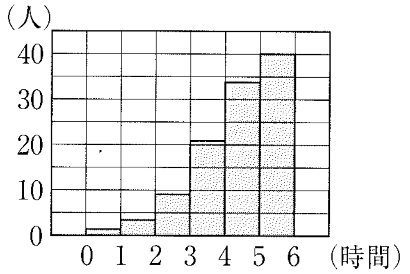
$\boxed{(ア)}$，$\boxed{(イ)}$ に当てはまる最も適切なものを，下の $\boxed{}$ の選択肢①～④から 1 つずつ選び，その番号を答えよ。

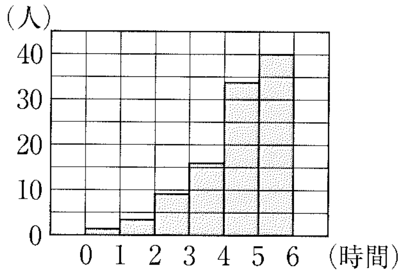
階級(時間)	度数(人)
0 以上 1 未満	1
1 ～ 2	2
2 ～ 3	6
3 ～ 4	12
4 ～ 5	13
5 ～ 6	6
計	40

$\boxed{(ア)}$ の選択肢

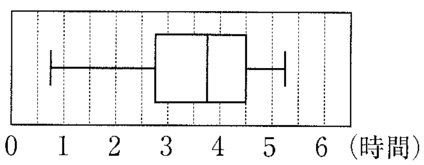
①


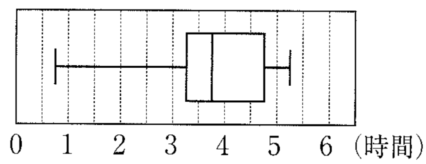
②


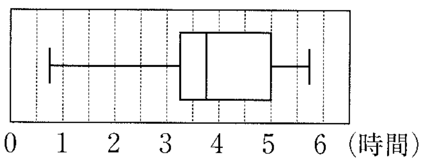
③


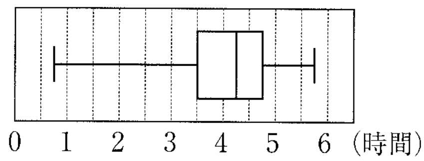
④


$\boxed{(イ)}$ の選択肢

①


②


③


④


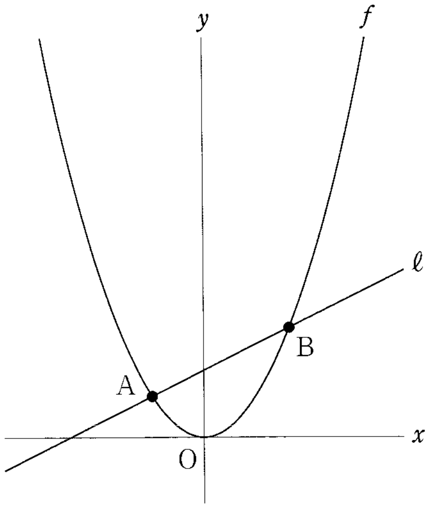
2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線fは関数$y=\frac{1}{2}x^2$を表している。

点A，点Bはともに曲線f上にあり，点Aのx座標は負の数で，点Bのx座標は正の数である。

2点A，Bを通る直線をℓとする。

次の各問に答えよ。

図1

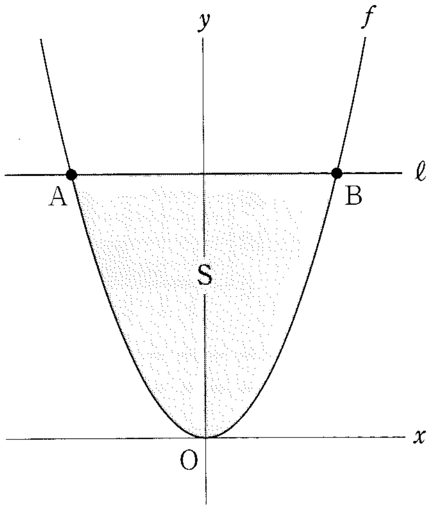


〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，点A，点Bのy座標がともに8である場合を表している。

曲線fと直線ℓで囲まれた部分の図形をSとする。

Sの内部および周上に含まれる点のうちx座標，y座標がともに整数である点の個数は何個か。

図2

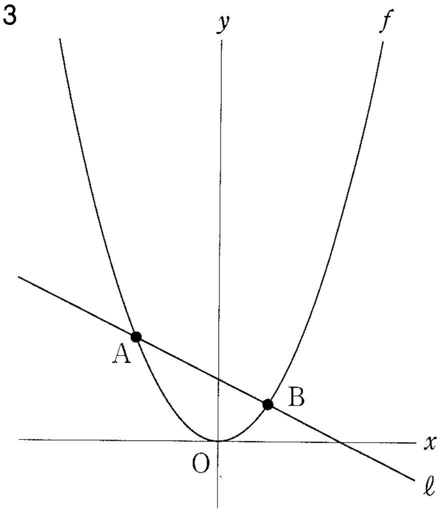


〔問 2〕　右の**図 3** は，**図 1** において，直線 ℓ が x 軸の正の部分と交わる場合を表している。

直線 ℓ と x 軸との交点を C とした場合を考える。

点 B の x 座標が 2，AB：BC＝5：4 のとき，点 C の座標を求めよ。

図 3

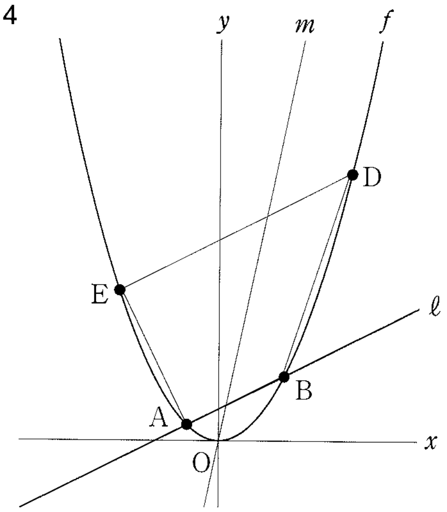


〔問 3〕　右の**図 4** は，**図 1** において，点 A の x 座標が -1，点 B の x 座標が 2 のとき，曲線 f 上にあり，x 座標が 4 である点を D，x 座標が -3 である点を E，点 O を通る直線を m とし，点 A と点 E，点 B と点 D，点 D と点 E をそれぞれ結んだ場合を表している。

直線 m が四角形 ABDE の面積を 2 等分するとき，直線 m の式を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 4



3 右の**図1**で，△ABCは1辺の長さが15cmの正三角形である。

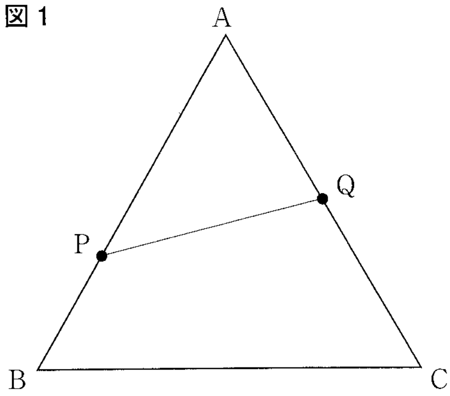
点Pは，辺AB上にある点で，頂点A，頂点Bのいずれにも一致しない。

点Qは，辺AC上にある点で，頂点A，頂点Cのいずれにも一致しない。

点Pと点Qを結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1

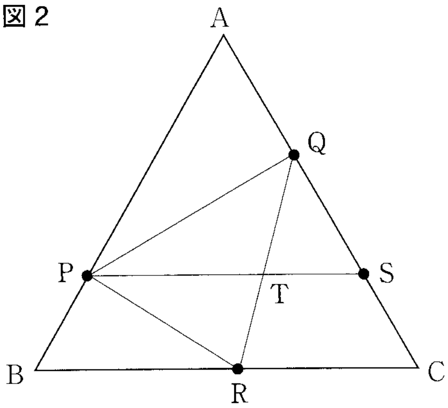


〔問1〕 **図1**において，AP＝6cm，AQ＝3cmのとき，四角形BCQPの面積は何cm^2か。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，辺BC上にあり頂点B，頂点Cのいずれにも一致しない点をR，線分CQ上にあり頂点C，点Qのいずれにも一致しない点をSとし，点Pと点S，点Qと点Rをそれぞれ結び，線分PSと線分QRとの交点をTとし，△ABCを，線分QRを折り目として折り返したとき，頂点Cと点Pが一致し，線分PQを折り目として折り返したとき，頂点Aと点Sが一致する場合を表している。

△PRQ ∽ △STQであることを証明せよ。

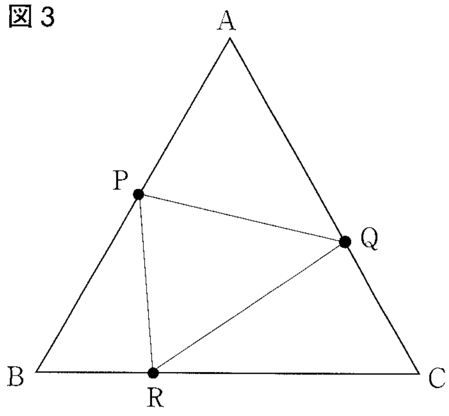
図2



〔問 3〕　右の**図 3** は，**図 1** において，辺 BC 上にあり，頂点 B，頂点 C のいずれにも一致しない点を R とし，△ABC を線分 PQ を折り目として折り返したとき，頂点 A と点 R が重なる場合を表している。

PB＝8cm，BR＝3cm のとき，線分 AQ の長さは何 cm か。

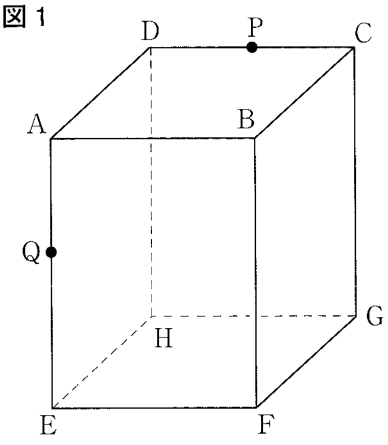
図 3



4 次の先生，太郎，花子の会話文を読んで，あとの各問に答えよ。
ただし，四角形 ABCD を含む平面を，平面 ABCD と表すものとする。

先生：「右の**図 1** に示した立体 ABCD − EFGH は，AB = 10 cm，AD = 8 cm，AE = 15 cm の直方体です。辺 CD の中点を P とします。さらに辺 AE 上にある点を Q とし，AQ = 6 cm とします。」

図 1



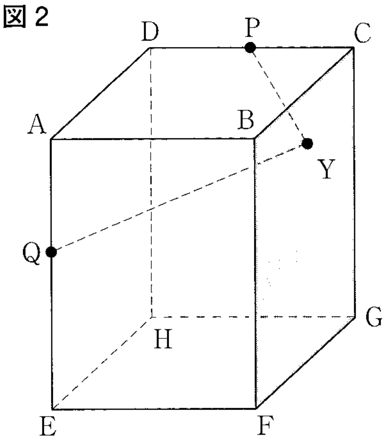
先生：「ここで辺 AB 上にある点を X とし，点 P と点 X，点 Q と点 X をそれぞれ結んだ場合を考えます。PX + XQ の長さが最も短くなるとき，線分 AX の長さは分かりますか。」

太郎：「はい。展開図を考えると，AX = (ア) cm となりました。」

先生：「そのとおりです。それでは，このような最短距離の問題について，さらに考えてみたいと思います。」

先生：「右の**図 2** は，**図 1** において，面 BFGC 上にある点を Y とし，点 P と点 Y，点 Q と点 Y をそれぞれ結んだ場合を表しています。PY + YQ = a cm とします。このとき，最も小さくなる a の値は分かりますか。」

図 2

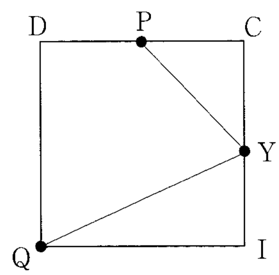


太郎：「うーん。また展開図を考えてみたけど上手くいかないなあ。」

花子：「展開図のように 1 つの平面上で見る考え方は良いと思うよ。私は点 Q から辺 BF に垂線を引いて辺 BF との交点を I として，頂点 C と点 I，頂点 D と点 Q をそれぞれ結んだ場合を考えて，右の**図 3** のような四角形 CDQI を考えてみたよ。線分 CI 上に点 Y があれば，a の値が最も小さくなると思うんだけど…ここからどうすればよいのかな。」

先生：「平面 BFGC と平面 CDQI は垂直なので，線分 CI 上に点 Y がある場合を考えるのはとても良い発想ですね。それでは平面 BFGC について点 P と対称の点，つまり頂点 C について点 P と対称の点 P′ を考えてみるとどうでしょう。」

図 3

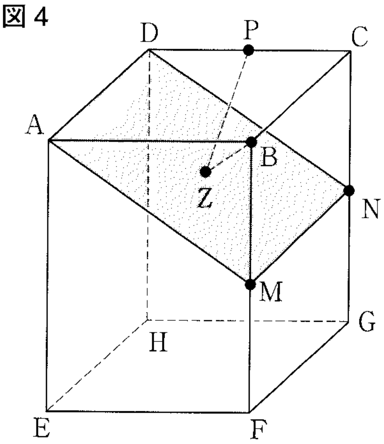


太郎：「そうか。 (イ) ときを考えればよいから，最も小さい a の値は (ウ) です。」

先生：「そのとおりです。それでは，さらにこの考え方を応用した問題について考えてみましょう。」

先生：「右の**図4**は，**図1**において，辺 BF，辺 CG の中点をそれぞれ M，N とし，頂点 A と点 M，頂点 D と点 N，点 M と点 N をそれぞれ結び，面 AMND 上にある点を Z とし，頂点 B と点 Z，点 P と点 Z をそれぞれ結んだ場合を表しています。PZ＋ZB＝b cm とします。このとき，最も小さくなる b の値は分かりますか。」

図4



太郎：「うーん。点 M について頂点 B と対称の点が F だから，辺 GH の中点を J として，平面 BFJP で考えればよいのかな。」

先生：「残念ながら平面 AMND と平面 BFJP は垂直ではないので，平面 BFJP 上に点 Z がある場合を考えても b の値が最小とはなりません。」

花子：「分かった。さっきと同じように考えるんだから，点 P から線分 DN に垂線を引いて線分 DN との交点を K とすると，PK＝ (エ) cm，頂点 B から線分 AM に垂線を引いて線分 AM との交点を L として，点 K と点 L を結ぶと，KL＝ (オ) cm だから，平面 AMND と垂直な平面を考えると，最も小さい b の値は (カ) です。」

先生：「そのとおりです。前の問題をしっかり応用することができていてとても素晴らしいですね。」

〔問1〕 (ア) に当てはまる値を求めよ。

〔問2〕 (イ) に当てはまる最も適切なものを，下の の選択肢①～⑥から１つ選び，その番号を答えよ。また，(ウ) に当てはまる値を求めよ。

(イ) の選択肢

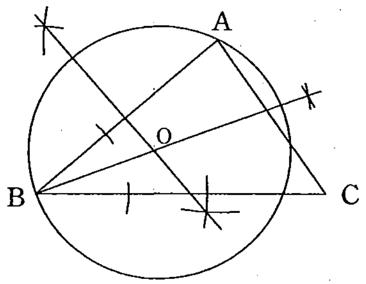
① PC＝P′C なので，CY と IY が等しくなる
② PQ＝YQ なので，CY と IY が等しくなる
③ CY＝IY なので，P′Y＋YQ が最小になる
④ PY＝P′Y なので，P′Y＋YQ が最小になる
⑤ ∠PYP′＝90° なので，PY と QY が垂直になる
⑥ ∠CP′Y＋∠IQY＝90° なので，PY と QY が垂直になる

〔問3〕 (エ)，(オ)，(カ) に当てはまる値をそれぞれ求めよ。

正答表　数学

1

〔問1〕	$7\sqrt{2}$	問1 5
〔問2〕	-4 , 9	問2 5
〔問3〕	$a=-\frac{6}{5}$, $b=\frac{8}{5}$	問3 6
〔問4〕	$\frac{3}{10}$	問4 6
〔問5〕	(作図)	問5 6



〔問6〕	(ア)	③	問6 (ア) 3
	(イ)	②	問6 (イ) 3

2

〔問1〕	49　個	問1 6
〔問2〕	C(6 , 0)	問2 6
〔問3〕	【途中の式や計算など】	問3 10

点A$\left(-1,\frac{1}{2}\right)$，B(2,2)より

直線ℓの式は　$y=\frac{1}{2}x+1$ …①

点D(4,8)，E$\left(-3,\frac{9}{2}\right)$より

2点D，Eを通る直線の式は　$y=\frac{1}{2}x+6$ …②

①，②より　AB∥ED　…③

線分AB，線分EDの中点を点F，Gとすると
線分FGは四角形ABDEの面積を二等分する。

点A，点B，点D，点Eのx座標がそれぞれ
$-1, 2, 4, -3$ であることから，点F，点Gのx座標は
ともに$\frac{1}{2}$となる。

線分FGの中点をHとする。
直線mが点Hを通るとき，直線mと線分AB，
線分EDとの交点をそれぞれI，Jとすると，
△HIFと△HJGにおいて，
AB∥EDより，∠HFI＝∠HGJ（錯角），
∠GHJ＝∠FHI（対頂角），HF＝HG
したがって，△HIF≡△HJGとなり，
このとき直線mは四角形ABDEの面積を2等分する。

F$\left(\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right)$，G$\left(\frac{1}{2},\frac{25}{4}\right)$であるので，H$\left(\frac{1}{2},\frac{15}{4}\right)$

したがって，直線mの式は　$y=\frac{15}{2}x$

（答え）　$y=\frac{15}{2}x$

3

〔問1〕	$\frac{207}{4}\sqrt{3}$ cm^2	問1 7
〔問2〕	【証　明】	問2 8

△PRQと△STQにおいて，
仮定より，折り返した図形だから，
∠ACB＝∠QPR＝60°
∠BAC＝∠QST＝60°　であるから，
∠QPR＝∠QST　…①
また，線分QRは，∠PQCの二等分線であるから，
∠PQR＝∠SQT　…②
①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△PRQ ∽ △STQ

	解答	配点
〔問3〕	$\frac{21}{2}$ cm	問3 7

4

〔問1〕	(ア)	$\frac{15}{7}$	問1 (ア) 4
〔問2〕	(イ)	④	問2 (イ) 4
	(ウ)	$5\sqrt{13}$	問2 (ウ) 4
〔問3〕	(エ)	3	問3 (エ) 3
	(オ)	$4\sqrt{5}$	問3 (オ) 3
	(カ)	$\sqrt{161}$	問3 (カ) 4