数　　学

6－日　数　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の　の中を正確に塗りつぶしなさい**。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問１〕 $\dfrac{(2\sqrt{3}+5)^2+(2\sqrt{3}-1)^2}{2}-(2\sqrt{3}+5)(2\sqrt{3}-1)$ を計算せよ。

〔問２〕 二次方程式 $(x-1)^2-4(x-2)^2=0$ を解け。

〔問３〕 １から６までの目が出る大小１つずつのさいころを同時に１回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，x の方程式 $2ax-b=3$ の解が整数となる確率を求めよ。

ただし，大小２つのさいころはともに，１から６までのどの目が出ることも同様に確からしいとする。

〔問４〕 10人の生徒 A，B，C，D，E，F，G，H，I，J に満点が８点であるテストを行ったところ，得点が下の表のようになった。

中央値が4.5点，四分位範囲が４点，最頻値は３点だけであった。

表中の a，b の値を求めよ。

ただし，a，b は整数とし，$a<b$ とする。

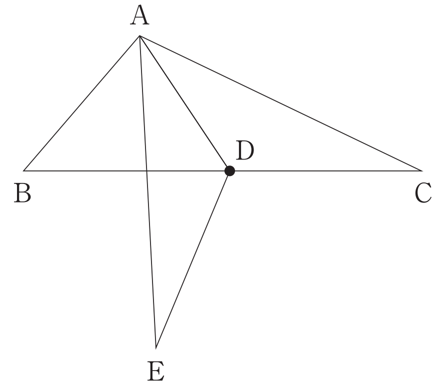
生徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
得点	3	7	a	1	3	3	b	6	4	7

〔問５〕 右の図で，△ABC は，∠BAC＞90°の鈍角三角形である。

辺 BC 上にある点を D とし，線分 AD を折り目として，△ABC を辺 AC と辺 BC が交わるように折り曲げたとき，頂点 C と重なる位置にある点を E とする。

解答欄に示した図をもとにして，∠BAE＝60°となる点 D を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 D の位置を示す文字 D も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の**図 1** で，点 O は原点，点 A の座標は $(1,\ 0)$，曲線 f は関数 $y=x^2$ のグラフ，曲線 g は関数 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ のグラフを表している。

点 B，点 C は，ともに x 座標が点 A の x 座標と等しく，点 B は曲線 f 上にあり，点 C は曲線 g 上にある。

点 P は，点 A を出発し，x 軸上を正の向きに毎秒 1 cm の速さで動く。

点 Q は，点 P が出発するのと同時に点 O を出発し，x 軸上を負の向きに毎秒 1 cm の速さで動く。

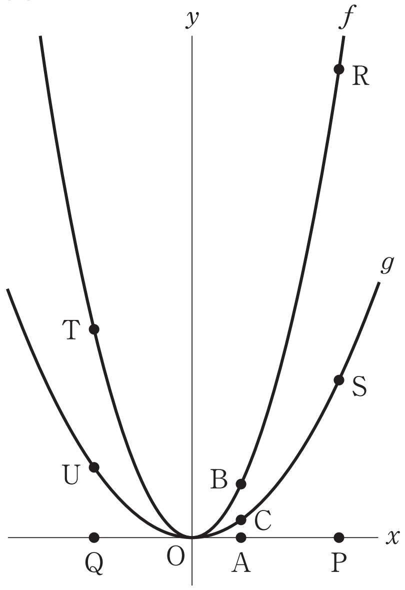
点 R，点 S は，ともに x 座標が点 P の x 座標と等しく，点 R は曲線 f 上にあり，点 S は曲線 g 上にある。

点 T，点 U は，ともに x 座標が点 Q の x 座標と等しく，点 T は曲線 f 上にあり，点 U は曲線 g 上にある。

点 P が点 A を出発してから経過した時間を t 秒 $(t>0)$ とする。

点 O から点 $(1,\ 0)$ までの距離，および点 O から点 $(0,\ 1)$ までの距離をそれぞれ 1 cm として，次の各問に答えよ。

図 1



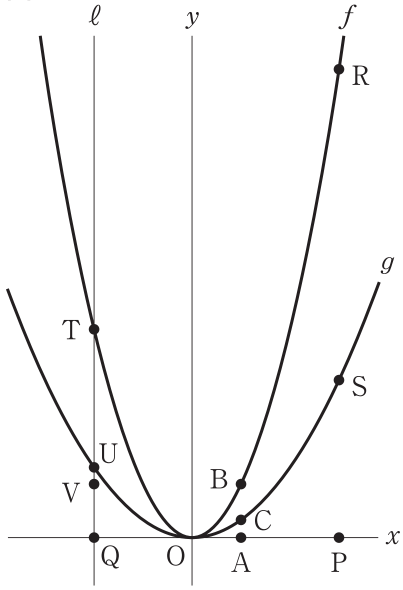
〔問 1〕 点 B と点 C，点 B と点 U，点 C と点 U をそれぞれ結んだ場合を考える。
△BCU の面積は何 cm^2 か。t を用いた式で表せ。

〔問２〕　右の**図２**は，**図１**において，$t \geqq 2$ のとき，２点 T，U を通る直線を ℓ とし，直線 ℓ 上にあり y 座標が点 B の y 座標と等しい点を V とした場合を表している。

QV：VU＝QU：UT のとき，２点 R，U を通る直線の式を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図２

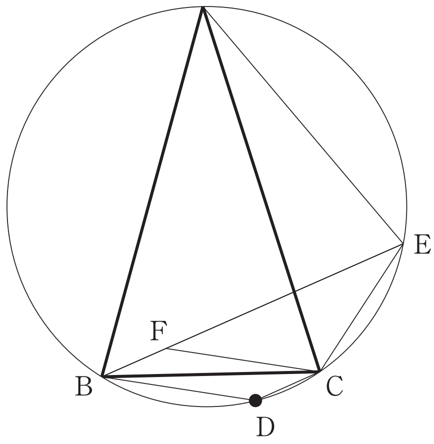


〔問３〕　**図１**において，点 P と点 S，点 P と点 U，点 S と点 T，点 T と点 U をそれぞれ結んだ場合を考える。

四角形 PSTU が平行四辺形となるとき，t の値を求めよ。

3 右の**図 1** で，△ABC は，AB＝AC の鋭角三角形である。
3 点 A，B，C を通る円をかく。
頂点 A を含まない $\overset{\frown}{BC}$ 上にある点を D とし，頂点 B と点 D，頂点 C と点 D をそれぞれ結ぶ。
頂点 B を通り線分 CD に平行な直線を引き，円との交点のうち頂点 B と異なる点を E とする。
頂点 C を通り線分 BD に平行な直線を引き，線分 BE との交点を F とする。
頂点 A と点 E，頂点 C と点 E をそれぞれ結ぶ。
次の各問に答えよ。

図 1

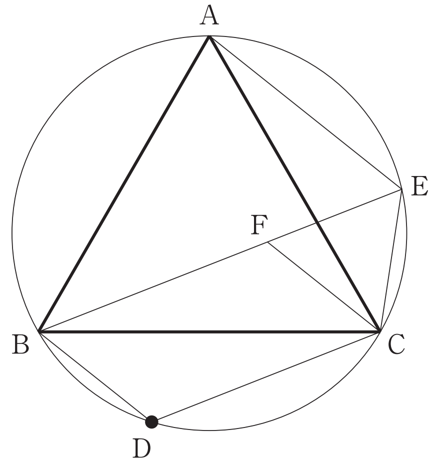


〔問 1〕 ∠CFE＝42°，CE＝CF，$\overset{\frown}{AE}=2\overset{\frown}{CE}$ のとき，∠BCD の大きさは何度か。

〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，△ABC が正三角形の場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図２



(1) △BDC ≡ △CEA であることを証明せよ。

(2) AB ＝ 24 cm，BD ＝ $4\sqrt{3}$ cm のとき，△CEA の面積は何 cm^2 か。

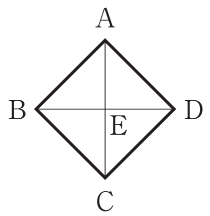
4 ある中学校の教室で，放課後に生徒の赤坂さんと永田さんが話をしている。
2 人の会話文を読んで，あとの各問に答えよ。

赤坂さん：昨日，公民館で影絵の劇を見てきたよ。
永田さん：面白そうだね。
赤坂さん：形だけでなく，大きさも表現されていて感動したよ。
文化祭の出し物でやってみたいけど，光源からの距離や光が当たる向きで影の大きさや形が変わるから難しそうだね。
永田さん：じゃあ，影がどう変わるかを考えてみよう。
正方形の紙に光を当てたときの影の様子を，図を使って考えてみるね。

【永田さんが考えた図】

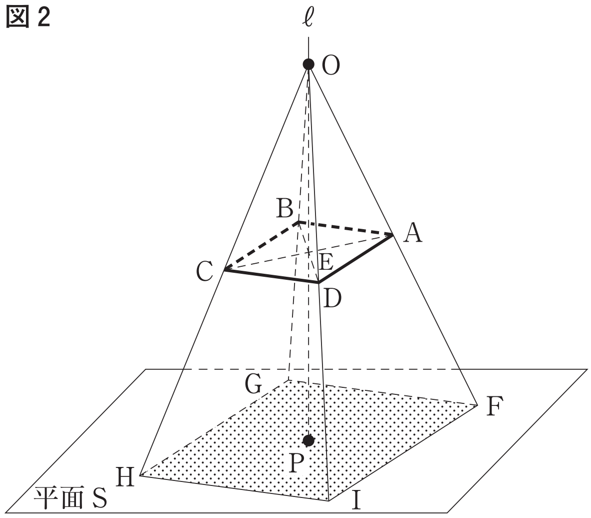
右の**図 1** で，四角形 ABCD は正方形である。
頂点 A と頂点 C，頂点 B と頂点 D をそれぞれ結び，線分 AC と線分 BD との交点を E とし，AE ＝ 3 cm とする。

図 1



右の**図 2** に示した立体は，平面 S 上にある点を P とし，点 P を通り平面 S に垂直な直線 ℓ を引き，直線 ℓ 上にあり，OP ＝ 8 cm となる点を O とし，**図 1** の点 E が線分 OP の中点と一致し，四角形 ABCD が平面 S と垂直にならないとき，点 O と頂点 A，点 O と頂点 B，点 O と頂点 C，点 O と頂点 D を通る直線をそれぞれ引き，平面 S との交点をそれぞれ F，G，H，I とし，点 F と点 G，点 F と点 I，点 G と点 H，点 H と点 I をそれぞれ結んでできた四角すいである。

図 2



赤坂さん：点 O が光源で，四角形 FGHI が四角形 ABCD の影を表しているということだね。
四角形 ABCD と平面 S が平行なとき，四角形 FGHI の面積を求めると $\boxed{①}$ cm²になるね。
永田さん：そうだね。では，次に四角形 ABCD を動かしてみよう。

【永田さんが考えた四角形 ABCD の動かし方】

図 2 において，四角形 ABCD と平面 S が平行なときから，四角形 ABCD を次のように動かす場合を考える。
四角形 ABCD は，線分 BD を軸として回転を始め，頂点 A が点 O に近付くように回転する。
四角形 ABCD は，頂点 A が，四角形 ABCD と平面 S が平行なときの線分 OA 上に再び来たときに回転を終える。
ただし，四角形 ABCD は折り曲げないものとする。

赤坂さん：点Gと点Iを結んだ場合を考えてみよう。

四角形ABCDが回転している間は，△GHIの面積は ② けれど，△FGIの面積は大きくなったり，小さくなったりしているね。

永田さん：四角形ABCDが回転を終えたときの四角形FGHIをかいてみると，次の図のようになるね。

【永田さんがかいた，四角形ABCDが回転を終えたときの四角形FGHIの図】

③

赤坂さん：△FGIの面積が一番大きくなるときを考えてみよう。

永田さん：△FGIの面積が最大になるとき，点Fと点Pを結んでできる線分FPの長さは ④ cmとなるね。

〔問1〕 ① に当てはまる数を答えよ。

〔問2〕 次の(1)，(2)に答えよ。

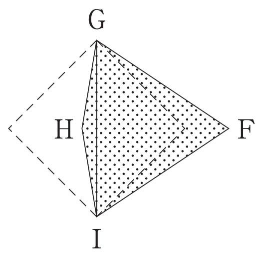
(1) ② に当てはまるものを次の**ア**～**ウ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア　だんだん小さくなる　　**イ**　変わらない　　**ウ**　だんだん大きくなる

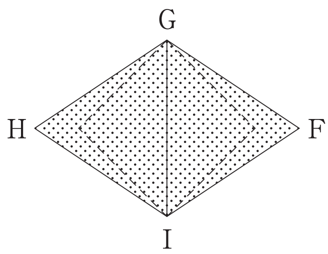
(2) ③ に当てはまるものを下の**ア**～**カ**のうちから選び，記号で答えよ。

ただし，点線(----)で示した四角形は，四角形ABCDと平面Sが平行なときの四角形FGHIを表している。

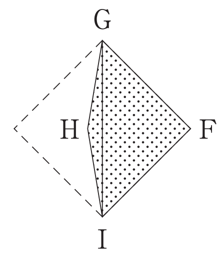
ア



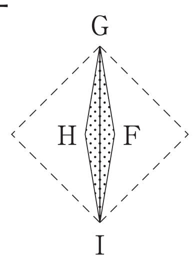
イ



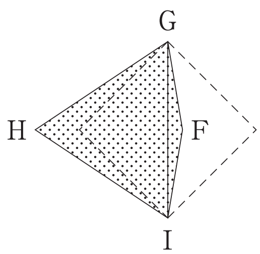
ウ



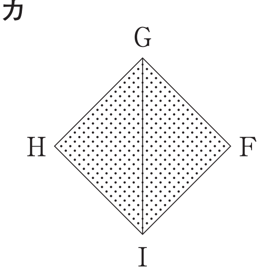
エ



オ



カ



〔問3〕 ④ に当てはまる数を答えよ。

＊受検番号欄は裏面にもあります。

(6−日)

解答用紙　数　学

受	検	番	号			
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

マーク・解答上の注意事項

1　受検番号欄は、ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って、◯の中を正確に塗りつぶすこと。

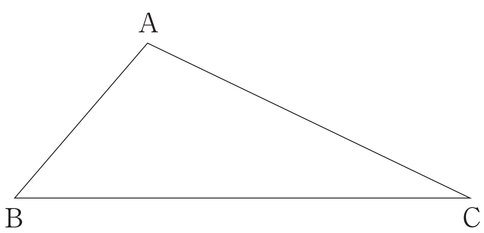
2　記入した内容を直すときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。

3　決められた欄以外にマークしたり、記入したりしないこと。

良い例	悪い例
●	線　小さい　はみ出し 丸囲み　レ点　うすい

1

〔問1〕	
〔問2〕	
〔問3〕	
〔問4〕	$a=$　　　　　　　$, b=$
〔問5〕	



2

〔問1〕	cm^2
〔問2〕	【　途中の式や計算など　】

（答え）　$y=$

〔問3〕	

解答用紙　**数　学**

(6-日)

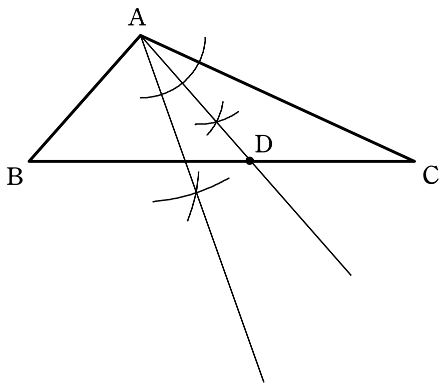
受検番号						

3		
〔問 1〕	度	
〔問 2〕	(1)	【証　明】
〔問 2〕	(2)	cm^2

4		
〔問 1〕		
〔問 2〕	(1)	
	(2)	
〔問 3〕		

正　答　表　　数　　学

$\boxed{1}$		点
〔問 1〕	18	5
〔問 2〕	$\frac{5}{3}$, 3	5
〔問 3〕	$\frac{7}{36}$	5
〔問 4〕	$a=5$, $b=8$	5
〔問 5〕 **解答例**		5



$\boxed{2}$		点
〔問 1〕	$\frac{1+t}{3}$ cm^2	7
〔問 2〕 解答例	【途中の式や計算など】	10

点 B(1, 1)，点 Q$(-t, 0)$ より，点 U$\left(-t, \frac{t^2}{3}\right)$，

点 T$(-t, t^2)$，点 V$(-t, 1)$

$t \geqq 2$ より， $\mathrm{VU}=\frac{t^2}{3}-1$

$\mathrm{QU}:\mathrm{UT}=\frac{t^2}{3}:\left(t^2-\frac{t^2}{3}\right)=\frac{t^2}{3}:\frac{2}{3}t^2=1:2$

よって，　QV : VU＝QU : UT　より，

$$1:\left(\frac{t^2}{3}-1\right)=1:2$$

$$\frac{t^2}{3}-1=2$$

$$t^2=9$$

$t \geqq 2$ より， $t=3$

よって，点 R(4, 16)，点 U$(-3, 3)$ より，

グラフの傾きは， $\frac{16-3}{4-(-3)}=\frac{13}{7}$

したがって，2 点 R , U を通る直線の式は,

$$y=\frac{13}{7}x+n$$

と書くことができ,

点 U$(-3, 3)$ を通るから， $3=\frac{13}{7}\times(-3)+n$

$$n=\frac{60}{7}$$

ゆえに，2 点 R , U を通る直線の式は， $y=\frac{13}{7}x+\frac{60}{7}$

（答え）　$y=\frac{13}{7}x+\frac{60}{7}$

〔問 3〕	$1+\sqrt{2}$	8

3			点
〔問 1〕		23 度	7
〔問 2〕解答例	(1)	【証 明】	10

△BDC と △CEA において，
△ABC は正三角形だから，　BC＝CA　……①
BE∥CD より，錯角が等しいから，
　∠DCB＝∠CBE　……②
$\overset{\frown}{CE}$ に対する円周角の定理より，
　∠CBE＝∠EAC
よって，∠DCB＝∠EAC　……③
ここで，頂点 A と点 D を結ぶ。
$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角の定理より，
　∠ADB＝∠ACB＝60°
$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角の定理より，
　∠ADC＝∠ABC＝60°
よって，∠BDC＝∠ADB＋∠ADC＝120°
△BDC の内角の和は 180° だから，
　∠CBD＋∠DCB＝60°
よって，∠CBD＝60°－∠DCB　……④
また，∠ABE＋∠CBE＝60° より，
　∠ABE＝60°－∠CBE
$\overset{\frown}{AE}$ に対する円周角の定理より，
　∠ACE＝∠ABE
よって，∠ACE＝60°－∠CBE
②より，　∠ACE＝60°－∠DCB
④より，　∠CBD＝∠ACE　……⑤
①，③，⑤より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　△BDC≡△CEA

〔問 2〕	(2)	$(18\sqrt{15}-6\sqrt{3})$ cm^2	8

4			点
〔問 1〕		72	7
〔問 2〕	(1)	ア	5
	(2)	ウ	5
〔問 3〕		$\dfrac{24\sqrt{7}}{7}$	8