2024年度

一般入試　入学試験問題

数　　学

基礎問題

（30分，100点）

受験についての注意

1．試験開始の合図があるまで，問題用紙を開かないでください。

2．問題は，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{13}$ まであります。

3．定規，コンパスを使用しても構いませんが，分度器を使用してはいけません。

4．円周率が必要な場合は，すべてπ で計算してください。

5．答えのみを解答用紙（別紙）の所定の欄（らん）に記入してください。

6．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入し，最後にもう一度確認してください。

7．解答用紙だけ回収しますので，問題用紙は持ち帰ってください。

$\boxed{1}$ $\dfrac{a-3b}{3}-\dfrac{5a-2b}{6}+\dfrac{5}{2}a$ を計算しなさい。

$\boxed{2}$ $x^2y-4y+x^2-4$ を因数分解しなさい。

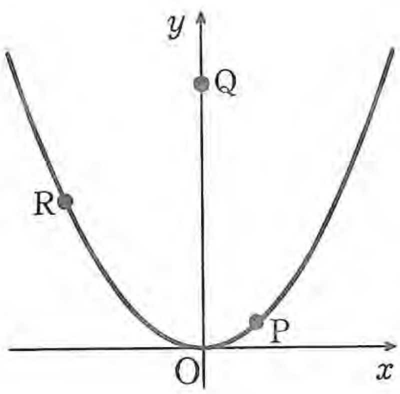
$\boxed{3}$ $x+y=-1$，$x^2y+xy^2-xy+3x+3y-9=0$ のとき，x^2+y^2 の値を求めなさい。

$\boxed{4}$ 大小 2 つのさいころを投げるとき，出た目の数の積が，素数になる確率を求めなさい。

$\boxed{5}$ 座標平面上に 4 点 A (1, 3)，B (1, 1)，C (5, 1)，D (5, 3) を頂点とする長方形 ABCD がある。原点を通り長方形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

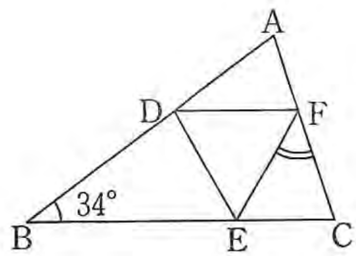
6 ある斜面を球が転がり始めてから x 秒間に転がる距離を y mとすると，y は x の 2 乗に比例する。球は，転がり始めて 4 秒間で 24 m 転がった。このとき，球が転がり始めて 3 秒後から 7 秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

7 右の図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と点 $\mathrm{P}\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$，点 Q (0, 6) があり，点 R は放物線上を動く。
四角形 OPQR が，OP // RQ の台形になるとき，
台形 OPQR の面積を求めなさい。

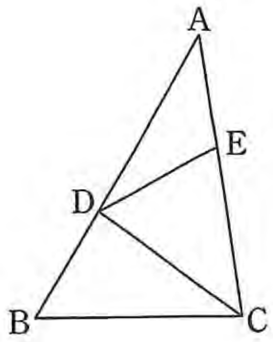


8 a，b は自然数で，$2<\sqrt{a}<3$ であり，$ab-a=32$ である。このとき，a，b の値を求めなさい。

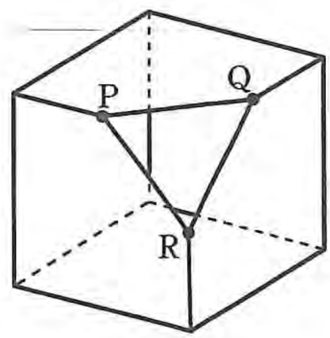
9 右の図で，△ABC は AB＝BC の二等辺三角形である。
また，D，E，F はそれぞれ辺 AB，BC，AC 上の点であり，△DEF は正三角形で，DF∥BC である。
∠DBE＝34° のとき，∠EFC の大きさを求めなさい。



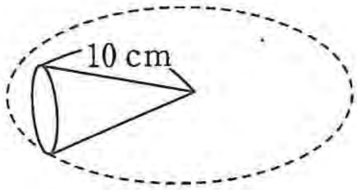
10 △ABCにおいて，AD：DB＝5：3，AE：EC＝2：3とする。△ABCの面積が104 cm^2 のとき，△DCEの面積を求めなさい。



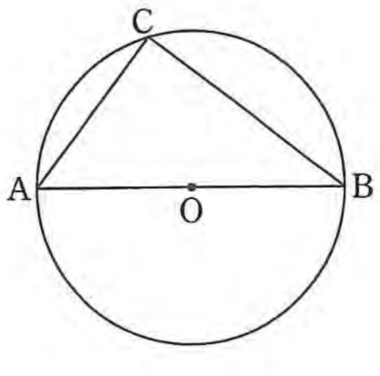
11 右の図は，立方体の各辺の中点P，Q，Rを通る平面で立方体の一部分を切り取った立体Xの見取り図です。解答用紙の図が，立体Xの展開図となるように，切り取る部分を斜線で示しなさい。



12 右の図のように，母線の長さが10 cmの円すいを平面上ですべらないように転がしたところ，ちょうど5回転してもとの位置に戻った。このとき，円すいの表面積を求めなさい。



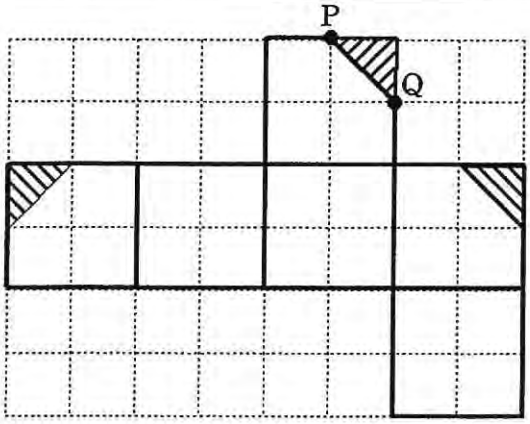
13 右の図のように，線分ABを直径とする円Oの円周上に点Cをとる。△ABCにおいて，辺BCの長さは辺ABの長さより4 cm短く，辺ACの長さは辺ABの長さより8 cm短い。このとき，円Oの半径を求めなさい。



2024年度　一般入試　入学試験　数学　基礎問題　解答

受験番号	氏　名

※『答え』のみを書きなさい。

1 $2a-\frac{2b}{3}$	2 $(x+2)(x-2)(y+1)$
3 13	4 $\frac{1}{6}$
5 $y=\frac{2}{3}x$	6 毎秒　15　m
7 12	8 $a=8,\ b=5$
9 47 度	10 39 cm^2
11 	12 24π cm^2
	13 10 cm

2024 年度

一般入試　入学試験問題

数　学

応用問題

（50 分，100 点）

受験についての注意

1．試験開始の合図があるまで，問題用紙を開かないでください。

2．問題は，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ まであります。

3．計算過程にも配点があります。

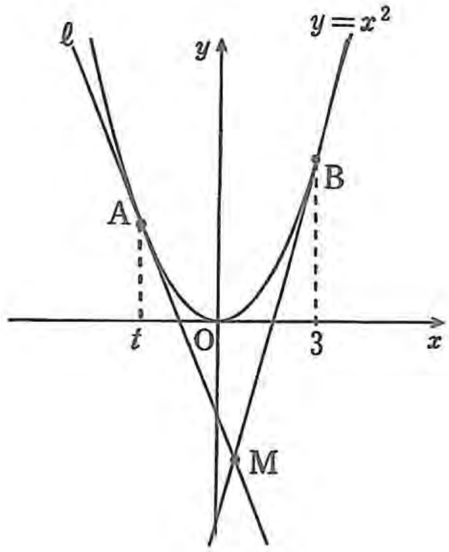
4．定規，コンパスを使用しても構いませんが，分度器を使用してはいけません。

5．円周率が必要な場合は，すべて π で計算してください。

6．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入し，最後にもう一度確認してください。

7．解答用紙だけ回収しますので，問題用紙は持ち帰ってください。

1 右のグラフのように，放物線 $y=x^2$ 上の点Aにおける放物線の接線を ℓ とする。点Aの x 座標を t $(t<0)$ とすると接線 ℓ の傾きは $2t$ となる。また，放物線上に点Aと異なる点Bをとり，点Bの x 座標を 3 とする。このとき，次の各問いに答えなさい。

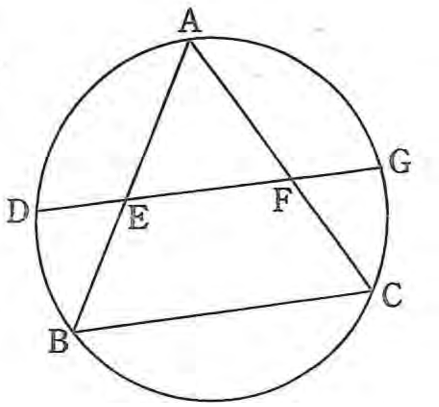


(1) 接線 ℓ の式を t を用いて表しなさい。

(2) 点Bにおける放物線 $y=x^2$ の接線の方程式は $y=6x-9$ である。このとき，直線 ℓ と点 B における放物線の接線との交点を M とするとき，点 M の座標を t を用いて表しなさい。

(3) △AMB の面積を t を用いて表しなさい。

2 右の図のように，円に内接する正三角形ABCがある。
辺AB，ACの中点をそれぞれE，Fとし，直線EFと円の交点を点D，Gとする。このとき，次の各問いに答えなさい。



(1) △ADGが二等辺三角形であることを証明しなさい。

(2) △ADF∽△GCFを利用して，AB＝2のとき，EF：FGを求めなさい。

(3) (2)のとき，△ADGの面積を求めなさい。

3 右のグラフのように，座標平面上に原点 O から始まる渦巻（うずまき）線がある。渦巻線と座標軸との交点は，O に近い方から次のように定める。

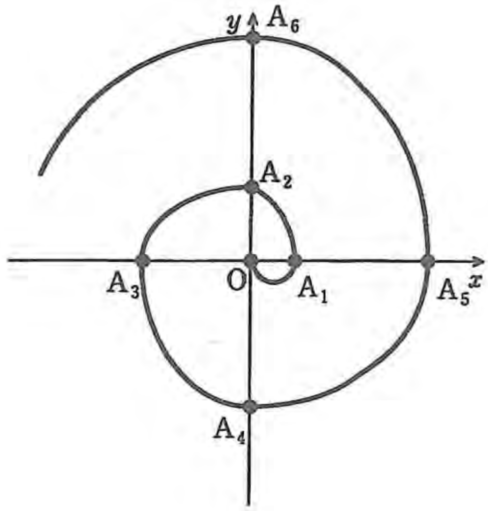
x 軸の正の方向に，A_1，A_5，A_9，……

y 軸の正の方向に，A_2，A_6，A_{10}，……

x 軸の負の方向に，A_3，A_7，A_{11}，……

y 軸の負の方向に，A_4，A_8，A_{12}，……

このとき，線分 OA_k の長さは k とする。例えば，$OA_5=5$ である。次の各問いに答えなさい。



(1) 次の空欄をうめなさい。なお，(1) は答えのみでよい。

（ア） 点 A_{2024} の座標は $\boxed{}$ である。

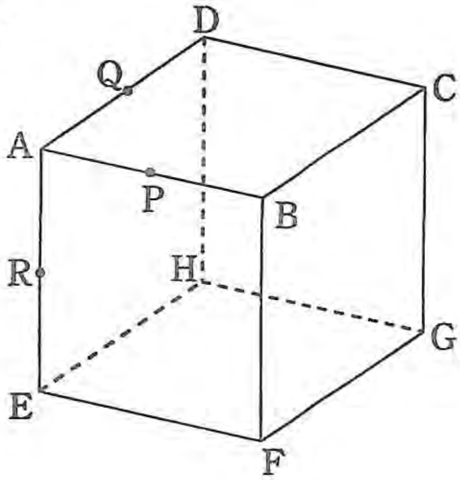
（イ） 3点 A_{14}，A_{15}，A_{16}を頂点とする三角形の面積は $\boxed{}$ である。

(2) k を正の整数とし，3点 A_k，A_{k+1}，A_{k+2} を頂点とする三角形の面積を S_k とする。例えば，(1)（イ）の面積は S_{14} である。このとき，次の（ア），（イ）を求めなさい。

（ア） $S_{k+1}-S_k=35$となる k の値を求めよ。

（イ） 2つの正の整数 a，b に対して，$S_a-S_b=48$ となる（a，b）の組を求めよ。

4 右の図のように，一辺の長さ a の立方体 ABCD－EFGH がある。辺AB，AD，AE の中点をそれぞれ P，Q，R とし，4 点 P，Q，R，G を頂点とする三角すいを立体 X とする。このとき，次の各問いに答えなさい。



(1) 五角形PBCDQを底面とした五角すい G－PBCDQ の体積を a を用いて表しなさい。

(2) 立体 X の体積 V を a を用いて表しなさい。

(3) 立体 X の表面積を a を用いて表しなさい。

2024年度　入学試験
数学　応用問題　解答用紙

受験番号	氏　名

1

(1) $y=x^2$ $A(t\,,t^2)$ ただし，$t<0$

直線 l は傾きが $2t$ で $A(t\,,t^2)$ を通るので y 切片を b とすると

$y=2tx+b$

$t^2=2t^2+b$

$b=-t^2$　　　　よって $y=2tx-t^2$

(2) $\begin{cases} y=2tx-t^2 \\ y=6x-9 \end{cases}$

$2tx-t^2=6x-9$

$2(t-3)x=t^2-9$

$x=\dfrac{t^2-9}{2(t-3)}=\dfrac{(t+3)(t-3)}{2(t-3)}=\dfrac{t+3}{2}$

$y=2tx-t^2$ に代入し

$y=2t\times\dfrac{t+3}{2}-t^2$

$y=3t$　　　　よって $M\left(\dfrac{t+3}{2},3t\right)$

(3) 直線 AB は、傾きは $\dfrac{9-t^2}{3-t}=\dfrac{(3+t)(3-t)}{3-t}=3+t$

y 切片を c とすると，点 $B(3,9)$ を通ることから

$9=(3+t)\cdot 3+c$

$c=-3t$

直線 AB は，$y=(3+t)x-3t$ となり，y 軸との交点を P とする

次に点 M を通り，直線 AB に平行な直線は，y 切片を d とすると

$y=(3+t)x+d$

$3t=(3+t)\cdot\dfrac{(t+3)}{2}+d$

$d=3t-\dfrac{(t+3)^2}{2}=-\dfrac{t^2+9}{2}$

よって 点 M を通り，直線 AB に平行な直線は $y=(3+t)x-\dfrac{t^2+9}{2}$ となり，y 軸との交点を Q とする

$\triangle ABM=\triangle APQ+\triangle BPQ$ より

$\triangle ABM=\left(-3t+\dfrac{t^2+9}{2}\right)\times\dfrac{1}{2}\times(3-t)=-\dfrac{(t-3)^3}{4}$

2

(1) 証明

$\triangle ABC$ において，E, F が AB, AC の中点より，中点連結定理から $EF /\!/ BC$

よって $\angle AEF=\angle AFE=60°$

$\angle CBG=\angle CAG$ $(\overset{\frown}{CG}$ の円周角$)$・・・①

$\angle AGF=60°-\angle CAG$ ($\triangle AFG$ の1つの外角は隣合わない2つの内角の和に等しい)・・・②

$\angle ABG=60°-\angle CBG$・・・③

$\angle ADE=\angle ABG$ $(\overset{\frown}{AG}$ の円周角$)$・・・④

①②③④より

$\angle AGF=\angle ADE$

よって $\triangle ADG$ は2つの底角が等しく，二等辺三角形である　　終

(2) $EF:FG=1:x$ とする　$(x>0)$

(1) より $DE=x$

$\triangle ADF\backsim\triangle GCF$ より対応する辺の比は等しく

$(x+1):1=1:x$

$x(x+1)=1$

$x^2+x-1=0$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+4}}{2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$　　$x>0$ より $x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

よって $EF:FG=1:\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

(3) 点 A から辺 BC に垂線を引き，辺 DG との交点を H，辺 BC との交点を L とする

(2) より $DG=1+\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\times 2=\sqrt{5}$

$AH=\dfrac{1}{2}AL$ より

$AH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle ADG=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

$\boxed{3}$

(1) ア $(0,\ -2024)$　　イ 225

(2) ア

$S_{k+1}-S_k=35$

$S_k=\frac{1}{2}(k+k+2)(k+1)$

$S_k=\frac{1}{2}\times 2(k+1)^2$

$S_k=(k+1)^2$

$k+1$のとき

$S_{k+1}=\{(k+1)+1\}^2$

$S_{k+1}=(k+2)^2$

よって　$S_{k+1}-S_k=(k+2)^2-(k+1)^2$

$=k^2+4k+4-k^2-2k-1$

$=2k+3$

$2k+3=35$ より $k=16$

(2) イ

$S_a-S_b=(a+1)^2-(b+1)^2$

$=a^2+2a+1-b^2-2b-1$

$=a^2-b^2+2(a-b)$

$=(a+b)(a-b)+2(a-b)$

$=(a-b)(a+b+2)=48$

$a-b$ と $a+b+2$ の組み合わせを $(a-b\ ,\ a+b+2)$ とすると，積が48になる組み合わせは $(1,48)$ $(2,24)$ $(3,16)$ $(4,12)$ $(6,8)$ であり，a,b は正の整数となる組み合わせは $(2,24)$，$(4,12)$

$\begin{cases} a-b=2 \\ a+b+2=24 \end{cases}$

$a=12\ ,\ b=10$

また，

$\begin{cases} a-b=4 \\ a+b+2=12 \end{cases}$

$a=7\ ,\ b=3$　　よって $(a\ ,b)=(12,10)\ ,(7,3)$

$\boxed{4}$

(1) $\frac{1}{3}\times\left(a^2-\frac{1}{2}\times\frac{a}{2}\times\frac{a}{2}\right)\times a=\frac{7}{24}a^3$

(2) 正三角すい $A-PQR$ の体積は

$\frac{a}{2}\times\frac{a}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{a}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{48}a^3$

求める体積Vは，立方体$ABCD-EFGH$から3つの五角すい $G-PBCDQ$ ，$G-PBFER$ ，$G-QDHER$ と正三角すい$A-PQR$ の体積を引いたものである

また，3つの五角すいの体積は等しいことから

$V=a^3-3\times\frac{7}{24}a^3-\frac{1}{48}a^3$

$=a^3-\frac{7}{8}a^3-\frac{1}{48}a^3$

$=\frac{5}{48}a^3$

(3) $\triangle PQR=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2=\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$

次に$\triangle PQG$について，$\triangle PBG$ を利用して

$PG=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+(\sqrt{2}a)^2}=\frac{3}{2}a$

$\triangle PQG$ は二等辺三角形であり，その高さをhとすると

$h=\sqrt{\left(\frac{3}{2}a\right)^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{4}a\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{9}{4}a^2-\frac{1}{8}a^2}$

$=\sqrt{\frac{17}{8}a^2}$

$=\frac{\sqrt{34}}{4}a$

よって $\triangle PQG=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}a\times\frac{\sqrt{34}}{4}a=\frac{\sqrt{17}}{8}a^2$

$\triangle PRG\equiv\triangle QRG\equiv\triangle PQG$ より Xの表面積は

$\frac{\sqrt{3}}{8}a^2+3\times\frac{\sqrt{17}}{8}a^2=\left(\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{17}}{8}\right)a^2$