

- ・分数で答える場合は、それ以上約分が出来ない形で答えなさい。
- ・根号を含む形で答える場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
- ・円周率は π とする。
- ・問題用紙、解答用紙、計算用紙は切り取って使用してはいけません。

1 次の問いに答えなさい。

(1) $\{(20-24)^2-1\} \div 5$ を計算しなさい。

(2) $2ab^2(3a-5b)-12a^4b^3 \div 2a^2b$ を計算しなさい。

(3) $x = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$ 、 $y = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ のとき、 $x^2 - xy + y^2$ の値を求めなさい。

(4) $(ax+by)^2 - (bx+ay)^2$ を因数分解しなさい。

(5)
$$\begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = \frac{7}{4} \\ x + 2.5y = -\frac{5}{4} \end{cases}$$
 を解きなさい。

(6)

① $9x^2 - 6x + 1 = 0$ を解きなさい。

② x の方程式 $kx^2 - 6x + 1 = 0$ の解の個数が1個となるような k の値を2個求めなさい。

(7) $11x + 8y = 2024$ ……①をみたすような自然数 x 、 y について考える。

①は $11x = 8(\text{ア} - y)$ ……②と変形できるから、 x は イ の倍数である。

よって、 x は自然数 n を用いて、 $x = \text{イ}n$ とおくことが出来て、②に代入し変形すると y は ウ の倍数であることがわかり、 $y = \text{ウ}(\text{エ} - n)$ と表せる。

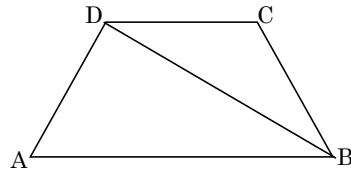
つまり、 $11x + 8y = 2024$ をみたすような自然数 x 、 y の組は オ 組あり、そのうち、 x 、 y がともに3ケタとなるのは $(x, y) = \text{カ}$ である。

空欄に入る数を答えなさい。ただし、 ア 、 イ は最も大きい値で答え、

カ は当てはまるものをすべて (a, b) の形で答えなさい。

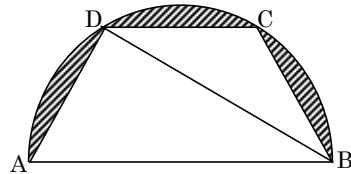
2 $AB = \frac{10}{3}$ cm、 $AD = \frac{5}{3}$ cm、 $BD = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ cmである台形ABCD (AB//DC)がある。この台形が円に内接している。

(1) $\angle ADB$ の大きさを求めなさい。



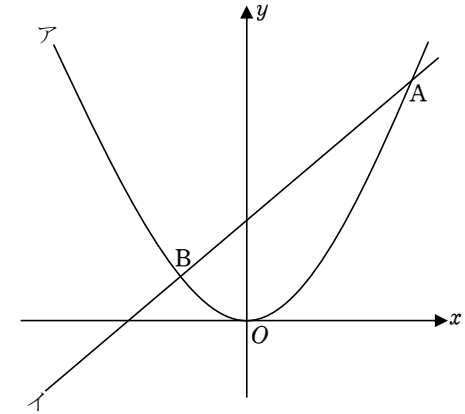
(2) DCの長さを求めなさい。

(3) 右の図は、台形ABCDとその台形に外接している円の一部である。図の斜線部分を直線ABを軸に1回転してできる回転体の体積を求めなさい。



3 放物線アは関数 $y = x^2$ 、直線イは関数 $y = x + 2$ のグラフである。アとイの交点のうち、 x 座標が正の方をA、 x 座標が負の方をBとする。また、 $C(2, 0)$ 、 $D(-1, 0)$ とする。次の問いに答えなさい。ただし、座標の1目盛りを1cmとする。

(1) $\triangle ABC$ の辺AC上に点Eをとり、 $\triangle EAB$ の面積が $\triangle EBC$ の面積の2倍になるようにとる。このとき、点Eの座標を求めなさい。



(2) x 軸上に点 $P(a, 0)$ をとり、Pを軸に垂直な直線とア、イとの交点をそれぞれQ、Rとする。QRの長さが2cmとなるような a の値を、次の①、②の場合で求めなさい。

① $-1 < a < 2$ の場合

② $a > 2$ の場合

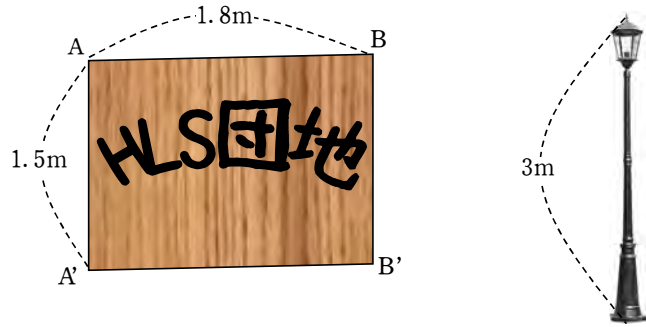
(3) a が(2)②で求めた値のときの点P、点Q、点Rについて、直線OQと直線イの交点をSとするとき、 $\triangle QRS$ の面積を求めなさい。ただし、必要ならば下の<参考>を利用して考えなさい。

<参考>

● $(4 - \sqrt{5})(4 + \sqrt{5}) = 11$ より、 $\frac{1}{4 + \sqrt{5}} = \frac{4 - \sqrt{5}}{11}$

● $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5}) = 2$ より、 $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2}$

4 サトシ君はある町の団地に住んでおり、その団地にはマンションと小さな公園がある。この公園には、下の図のような幅が1.8m、高さが1.5mの長方形の形をした看板AA'B'Bと、高さが3mの街灯がある。この看板と街灯とマンションは水平な地面に対して垂直に立っており、街灯の光は公園内をすべて照らすことが出来ている。以下、看板と地面に隙間はなく、看板の厚みは考えないものとし、街灯の先端（光を出す部分）は点であるとする。



(1) 下の図1は、街灯が照らすことで地面に映る看板の影を表したものである。図2はこの公園を真上から見たときの図である。このとき、看板の影である四角形A'DCB'を解答用紙の図にコンパスと定規を用いて作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

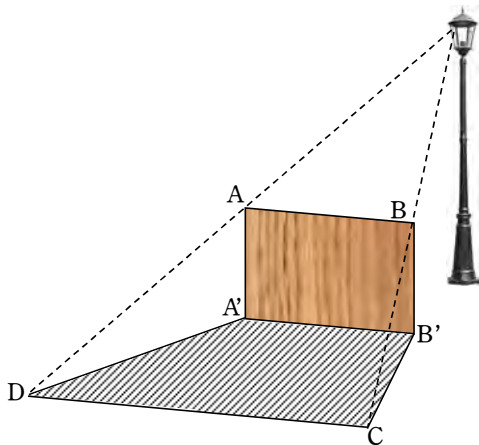


図1

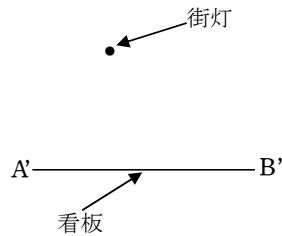


図2

(2) (1)の図において、街灯を表す点と看板を表す線分(図中のA'B')の距離が1.5mであるとする。(下の図3も参照すること。)

- ① (1)で作図した影である四角形A'DCB'の面積は、看板の面積の何倍か。
- ② サトシ君がマンションのベランダに立つと、サトシ君の目の位置は地面からちょうど9mになるとする。ある日、サトシ君がベランダから公園を見てみると、マンションに近い方から、街灯、看板、遊具の順に並んでおり、位置関係は下の図3のようになっていた(ただし、図3の3点P、Q、Rは一直線上にある)。また、街灯の先端と公園内にある遊具がちょうど重なって見えたという。このとき、マンションと街灯の距離(図3の線分PQの長さ)を求めなさい。

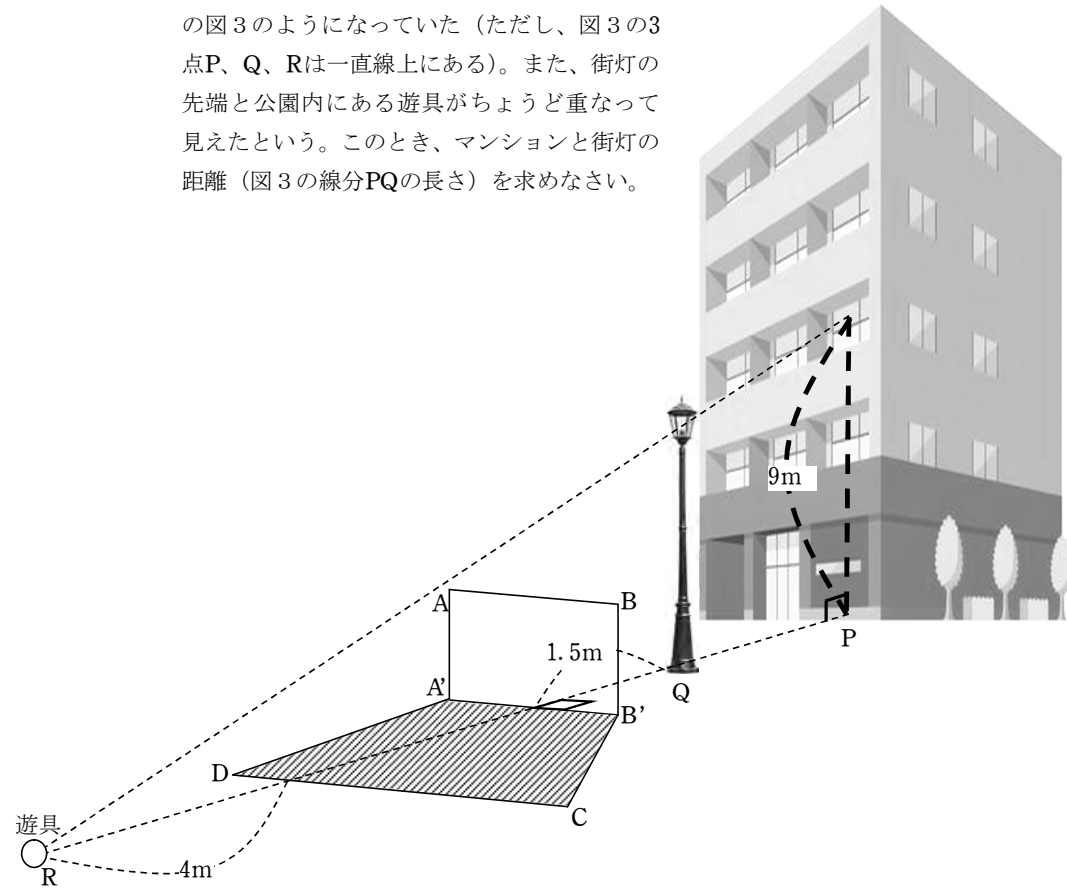


図3

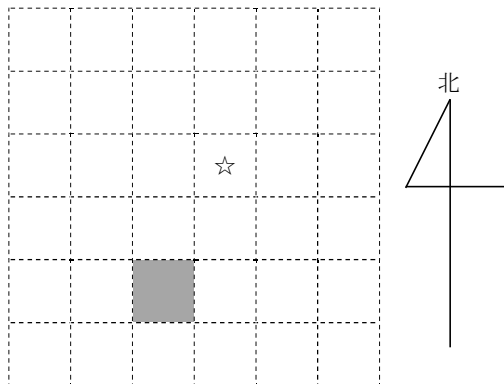
5 マサヤ君が以下のようなコンピュータゲームで遊んでいる。ルールは以下の通りである。なお、 n 、 k は自然数とする。

コンピュータの画面に $n \times n$ 個のマスが表示され、コンピュータが無作為にどこかのマスを選択し、そのマスに一人の忍者をおく（プレイヤーはどこに忍者がおかれたかはわからない）。プレイヤーは忍者がどこにいるかを予想し、マスの一つを選択する。そのマスが忍者のいるマスであれば、「的中」と呼ぶ。そのマスが忍者のいるマスでなければ、次の2つの内容がコンピュータの画面に表示される。

- ① 選んだマスから忍者のいるマスまで東西方向または南北方向に移動して、最短でいくつ分のマスを移動すれば忍者のいるマスまで行けるかが、「あと〇マス」という形で表示される。
- ② 忍者は今いるマスから、東西南北どちらかの方向に1マス分移動する。このとき、忍者がどの方向に移動したかが、「忍者が△に移動した」（△は東、西、南、北のいずれか）という形で表示される。（ただし、端のマスにいる場合は、マスの中に常にいるように移動する。つまり、例えば左端のマスに忍者がいるときは、西に移動することはない）

これを何回か繰り返し、 k 回以内に「的中」となれば、プレイヤーの勝ちとする。

- (1) $n=45$ 、 $k=1$ とする。このとき、プレイヤーの勝ちとならない確率を求めなさい。
- (2) 以下、 $n=6$ とする。右の図の☆の位置に忍者がいるとすると、図の網掛けされたマスを選んだとしたら、画面上にはあと何マスと表示されるか。



- (3) このゲームでなかなか勝つことのできないマサヤ君を見かねた兄のマサキ君が次のようにアドバイスしてくれた。

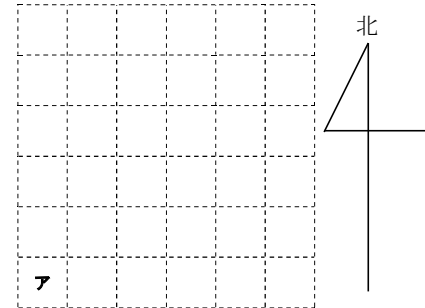
マサキ君からのアドバイス

画面上にあと何マスか表示されるということは、忍者のいるマスの候補は限られるよね！うまく、候補を絞っていけばいいんじゃないかな。

- ① 右の図の「ア」のマスを選んだところコンピュータの画面に次のように表示された。

あと9マス
忍者が北に移動した

このとき、次に忍者がいるマスとして考えられるマスにすべて〇を書き入れなさい。



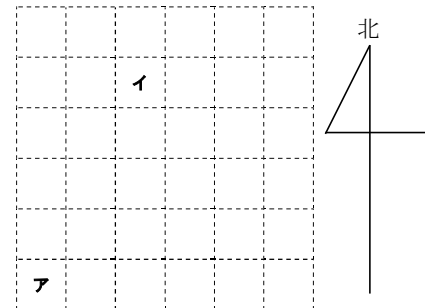
- ② 右の図の「ア」のマスを選んだところコンピュータの画面に次のように表示された。

あと5マス
忍者が北に移動した

そこで、次に図の「イ」のマスを選んだところコンピュータの画面に次のように表示された。

あと2マス
忍者が東に移動した

このとき、次に忍者がいるマスとして考えられるマスにすべて〇を書き入れなさい。

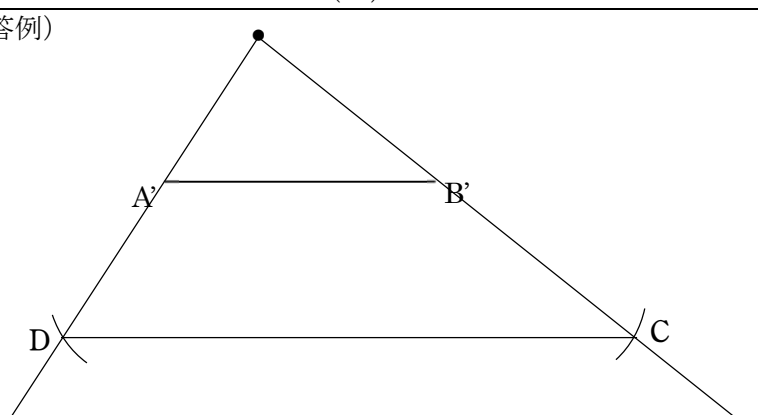


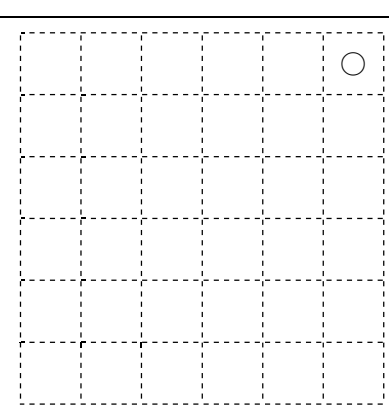
- (4) n を再び $n=45$ とする。最初の忍者の位置と忍者の移動する方向にかかわらず、このゲームに必ず勝つことができるような k の最小値を求めなさい。

(1) 3	(2) $-10ab^3$	(3) $\frac{3}{2}$
(4) $(a+b)(a-b)(x+y)(x-y)$		(5) $x = \frac{15}{4}$ $y = -2$
① $x = \frac{1}{3}$	(6) ② $k = 9, 0$	
ア 253	イ 8	ウ 11
(7) オ 22		エ 23
(7) カ (104, 110)		

(1) 90°	(2) $\frac{5}{3}$ cm	(3) $\frac{125}{81} \pi$ cm ³
-------------------------------------	-------------------------	---

(1) $(2, \frac{4}{3})$	(2) ① $a = 0, 1$	(3) ② $a = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$
(3) $\frac{1+\sqrt{17}}{4}$ cm ²		

(1) (解答例) 	(2) $\frac{3}{2}$ 倍
(3) 14 m	

(1) $\frac{2024}{2025}$	(2) 3 マス	(4) 3
(3)		
① 	② 