令和6年度　錦城高校

Ⅰ　次の $\boxed{}$ にあてはまる数値を答えなさい.

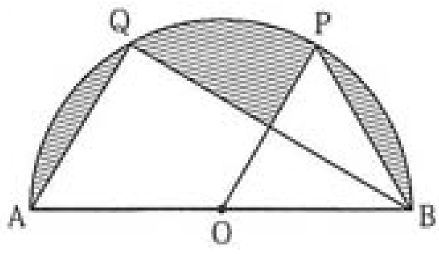
(1) 2次方程式 $x-3=-(2x-a)^2$ の1つの解が-1であるとき,
aの値は $\boxed{ア}$ と$-$ $\boxed{イ}$ である.

(2) $(x-y-3)(x-y+1)-5$ を因数分解すると, $(x-y+\boxed{ウ})(x-y-\boxed{エ})$
である.

(3) 75gの食塩を含んでいる食塩水500gに $\boxed{オ}\boxed{カ}\boxed{キ}$ gの水を加えると,
10%の食塩水となる.

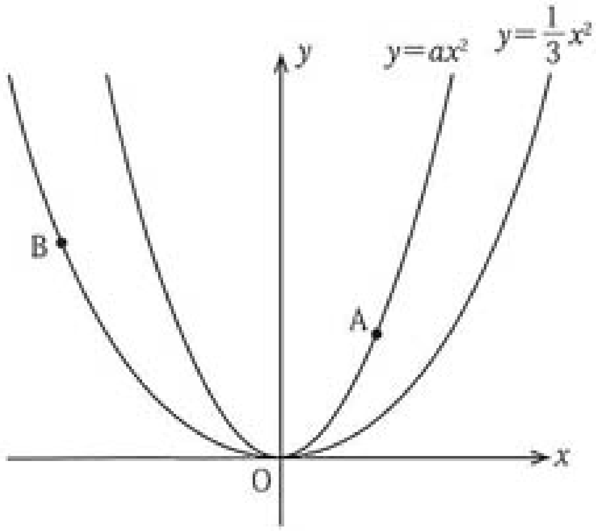
(4) 下の表は, あるクラスの生徒40人の右手の握力の分布を相対度数で表したものである.
この表から, 握力の小さい方からかぞえて9番目の生徒の属している階級の階級値は
$\boxed{ク}\boxed{ケ}$ (kg) である.

階級(kg)	相対度数
以上　　未満	
10 ～ 20	0.10
20 ～ 30	0.30
30 ～ 40	0.35
40 ～ 50	0.20
50 ～ 60	0.05
計	1.00

(5)


左図は点Oを中心とする, 半径4cmの半円である.
$\angle OBP=60^\circ$, $\overset{\frown}{AQ}=\overset{\frown}{QP}$ のとき, 円周率をπとして
斜線部分の面積を求めると,
$\boxed{コ}\pi-\boxed{サ}\boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}$ cm^2 である.

Ⅱ 右図のように原点をOとする座標平面上に2つの関数のグラフ $y=ax^2$ と $y=\frac{1}{3}x^2$ がある．$y=ax^2$（ただし，$a>0$）上に x 座標が $\frac{5}{4}$ である点Aがあり，$y=\frac{1}{3}x^2$ 上に x 座標が -3 である点Bがある．
また，$y=ax^2$ について，x の値が0から $\frac{5}{4}$ まで増加するときの変化の割合は $\frac{5}{3}$ である．
このとき，次の問いに答えなさい．



(1) 点Bの y 座標は $\boxed{ア}$，a の値は $\dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ である．

(2) 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点Cを x 座標と y 座標の和が $\frac{10}{3}$ となるようにとる．
このとき，x 座標が正となる点Cの座標は（$\boxed{エ}$，$\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$）である．

(3) (2)のとき，△OACを点Cを回転の中心として180°だけ回転移動した図形を△O′A′Cとする．
ここで，点Oに対応する点がO′，点Aに対応する点がA′である．
直線O′A′と直線OBとの交点をDとするとき，点Dの x 座標は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ である．
また，直線AA′の傾きは $-\boxed{ケ}$ である．

(4) (3)のとき，y 軸上に点Eを△BDA′と△O′A′Eの面積が等しくなるようにとる．
点Eの座標は（0，$\boxed{コ}$）である．ただし，点Eの y 座標は正とする．

Ⅲ　図 1 の立体は，底面の半径 3cm，高さ 6cm の円すいである．
半径 5cm の半球形の容器を満水にして図 1 の立体を，底面の周が容器に密着するように沈めた．

図 1

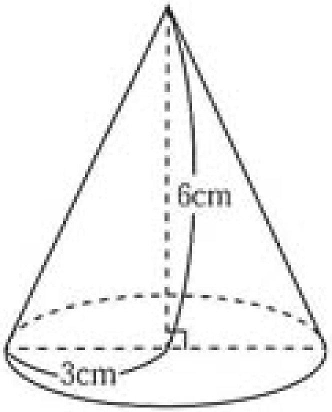


図 2

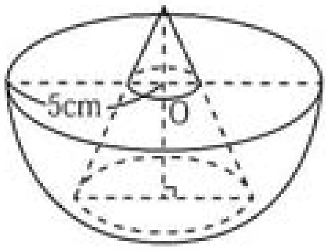


図 3

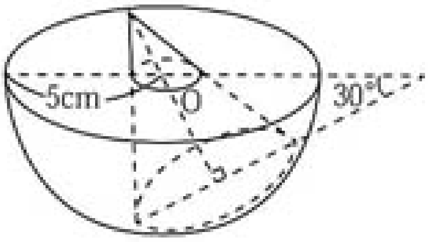


図 2 は，図 1 の立体を，その底面が水面と平行になるように沈めた状態を示したものであり，図 3 は，同じ立体を，その底面を水面に対して 30° 傾けて沈めた状態を示したものである．
このとき，次の問いに答えなさい．
ただし，図 1 の立体は中身がつまっているものとし，容器の厚みは考えないものとする．
また，円周率は π とする．

(1) 図 1 の立体の体積は $\boxed{ア}\boxed{イ}\pi\ \mathrm{cm}^3$ である．

(2) 図 2 の状態にしたとき，あふれ出した水の量は $\dfrac{\boxed{ウ}\boxed{エ}}{\boxed{オ}}\pi\ \mathrm{cm}^3$ である．

(3) 図 2 において，水面から上に出ている部分の側面積は $\sqrt{\boxed{カ}}\,\pi\ \mathrm{cm}^2$ である．

(4) 図 3 において，水面から円すいの頂点までの高さは $\sqrt{\boxed{キ}}$ cm である．

$\boxed{\text{IV}}$ 2つのさいころA，Bを同時に振り，出た目の数をそれぞれ a，b とする．このとき，次の問いに答えなさい．

(1) $a+1=\dfrac{1}{3}b$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}\boxed{\text{ウ}}}$ である．

(2) $\sqrt{ab}$ が整数となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

(3) a と b の差が1となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}\boxed{\text{ク}}}$ である．

(4) $\dfrac{b}{a}$ が整数となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}\boxed{\text{サ}}}$ である．

$\boxed{\text{V}}$ **（注意，この問題はマーク方式ではありません）**

平面からなる立体を多面体といい，以下ではへこみのない多面体について考える．
一郎くんと淳子さんは，次の条件を満たす多面体について考察している．

〈条件〉
どの頂点にも 4 つの面が集まり，頂点を共有する 4 つの面は，となり合わない 2 つが四角形で他のとなり合わない 2 つが三角形である．

一郎：　どんな形の多面体か想像するのが難しいね．

淳子：　そうね．ではまずこの多面体の面の数を F，辺の数を E，頂点の数を V としてわかることを式にまとめてみましょうよ．

一郎：　この多面体は三角形と四角形でできているから三角形の面の数を x，四角形の面の数を y としよう．

淳子：　それならまずは F を x と y の式で表すと，F = $\boxed{\text{（ア）}}$ とできるわ．

一郎：　うん．あとは…．あ，三角形に注目すれば，どの三角形もとなり合わないのだから，E は x を使って E = $\boxed{\text{（イ）}}$ とできるよ．

淳子：　そうね．同じように四角形に注目すれば E は y を使って E = $\boxed{\text{（ウ）}}$ ともできるわね．

一郎：　この 2 つの式を使って 2E を x と y の式で表せば 2E = $\boxed{\text{（エ）}}$ とできるね．
辺の数に注目したから続いて頂点の数について考えてみようよ．

淳子：　えーっと，三角形 1 つにつき 3 つ，四角形 1 つにつき 4 つの頂点があって，どの頂点にも 4 つの面が集まっているのだから，V を x と y の式で表すと V = $\boxed{\text{（オ）}}$ とできるわ．

一郎：　そうだね．ということは $\dfrac{\text{E}}{\text{V}} = \boxed{\text{（カ）}}$ とできるね．

先生：　2 人ともがんばっているね．実はこの多面体については，「多面体の面の数を F，辺の数を E，頂点の数を V とするとき，F − E + V = 2　が成り立つ」と証明されているんだよ．
これと君達が導いた結果を使うと，今考えている多面体の面，辺，頂点の数を求めることができるよ．

(1)（ア）～（カ）にあてはまる式または値を答えよ．

(2) F，E，V の値をそれぞれ求めよ．

数学				
No.			解答	配点
I	(1)	ア	0	4
		イ	4	
	(2)	ウ	2	4
		エ	4	
	(3)	オ	2	4
		カ	5	
		キ	0	
	(4)	ク	2	4
		ケ	5	
	(5)	コ	8	4
		サ	1	
		シ	0	
		ス	3	
II	(1)	ア	3	3
		イ	4	3
		ウ	3	
	(2)	エ	2	4
		オ	4	
		カ	3	
	(3)	キ	3	3
		ク	2	
		ケ	1	3
	(4)	コ	8	4
III	(1)	ア	1	5
		イ	8	
	(2)	ウ	5	5
		エ	2	
		オ	3	
	(3)	カ	5	5
	(4)	キ	3	5
IV	(1)	ア	1	5
		イ	3	
		ウ	6	
	(2)	エ	2	5
		オ	9	
	(3)	カ	5	5
		キ	1	
		ク	8	
	(4)	ケ	7	5
		コ	1	
		サ	8	

V (1)

F =	(ア)	(答え) $x+y$	2
E =	(イ)	(答え) $3x$	2
E =	(ウ)	(答え) $4y$	2
2 E =	(エ)	(答え) $3x+4y$	2
V =	(オ)	(答え) $\frac{1}{4}(3x+4y)$	2
$\frac{E}{V}$ =	(カ)	(答え) 2	4

(2)

(式)

$F-E+V=2$ ……①

また，(1) より

$$\begin{cases} F=x+y & \cdots\cdots② \\ E=\frac{1}{2}(3x+4y) & \cdots\cdots③ \\ V=\frac{1}{4}(3x+4y) & \cdots\cdots④ \end{cases}$$

②，③，④を①に代入すると

$(x+y)-\frac{1}{2}(3x+4y)+\frac{1}{4}(3x+4y)=2$

すなわち　$x=8$

よって，(1)(イ) より　$E=24$

また，$E=4y$ であるから

$y=6$

したがって，②，④より

$F=x+y=14$

$V=\frac{1}{4}(3x+4y)=12$

(答え)

F =	14	2
E =	24	2
V =	12	2