令和６年度 開智高校 (埼玉)

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $12a^2-27$ を因数分解しなさい。

(2) $x^2-2x-2024=0$ を解きなさい。

(3) $\sqrt{1.08}\times\left(\frac{1}{\sqrt{27}}-\sqrt{2}\right)+\frac{1}{10}(3\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ を計算しなさい。

(4) A，Bは自然数で，A<Bとする。このとき，A 以上 B 以下の自然数の個数を，AとBを用いて表しなさい。

(5) 大小２個のサイコロを同時にふるとき，出た目の和が素数になる確率を求めなさい。

(6) 正方形に内接する円と外接する円の面積比を求めなさい。

2　次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{カ}$ を埋めなさい。

(1)　60 分の番組を，1.5 倍速で見たら，$\boxed{\quad ア \quad}$ 分かかる。

(2)　A 分の番組を，B 倍速で見たら，A×($\boxed{\quad イ \quad}$) 分かかる。

(3)　10,000 円の商品を，3 割引で買うと，$\boxed{\quad ウ \quad}$ 円である。

(4)　A 円の商品を，B 割引で買うと，A×($\boxed{\quad エ \quad}$) 円で計算できる。

（整数値に直さなくてよい。）

(5)　税込価格 702 円の品物で，消費税が 8％かかっているとき，

税抜価格は $\boxed{\quad オ \quad}$ 円である。

(6)　税込価格 A 円の品物で，消費税が B％かかっているとき，

税抜価格は A×($\boxed{\quad カ \quad}$) 円で計算できる。（整数値に直さなくてよい。）

3　次の ア ～ ク を埋めなさい。

開くん　：世の中には，「５手ジャンケン」というものがあるらしいよ。

智ちゃん：何それ？やりたいからルールを教えて！

開くん　：グー，チョキ，パーの他に，あと２つ手があるんだ。今回は，親指だけを立てた「オーライ」と，親指，人差し指，小指の３本を立てた「ウィッシュ」の２つを加えるよ。

智ちゃん：勝ち負けの条件は？

開くん　：同じ手どうしならあいこだよ。
あとは右の表をみて。
「パーはグーに勝つ」を「パー→グー」のように表現しているよ。

智ちゃん：私と開くんの２人で５手ジャンケンを１回するとき，２人とも５種類の出し方があるから，組み合わせは全部で ア 通りあるね。
このとき、私がグーで勝つ確率は イ で，
私が勝つ確率は ウ だわ。

開くん　：あいこになる確率は エ だよ。

校長先生：面白いことをしているのう。ワシもまぜてくれんか？

智ちゃん：校長先生！３人で５手ジャンケンをするとき，ルールはどうなるのかしら？

開くん　：普通のジャンケンと同じで，３人とも同じ手ならあいこ，
２人が同じ手，１人がちがう手を出せば，勝ち負けが決まるよ。
例えば，パーが２人，グーが１人なら，パー２人の勝ち。
ややこしいのは，３人がすべてちがう手を出しても，
あいこになるときとならないときがあるんだ。

校長先生：例えば，グー，チョキ，パーのときはあいこじゃが，パー，グー，ウィッシュの場合はパーの勝ち，パー，チョキ，ウィッシュの場合は，チョキの勝ちじゃ。

開くん　：両方の相手に勝った人が，ジャンケンの勝者ってことだよ。
片方に勝っても，もう片方に負けたらダメ。

智ちゃん：この３人で５手ジャンケンを１回するとき，私１人だけがパーで勝つ確率は，$\boxed{\quad オ \quad}$，私１人だけが勝つ確率は$\boxed{\quad カ \quad}$，
私が勝つ確率は$\boxed{\quad キ \quad}$，あいこになる確率は$\boxed{\quad ク \quad}$よ。

4　２次関数 $y=ax^2$ …①上に２点Ａ（２，-4），Ｂ（-2，-4）がある。
このとき，次の各問いに答えなさい。

(1)　a の値を求めなさい。

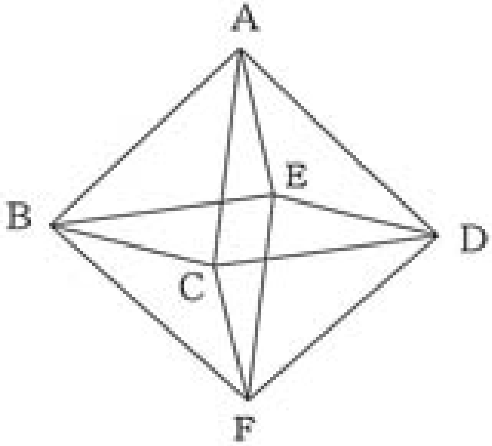
(2)　原点をＯとする。y 軸上に点Ｃを，四角形OACBがひし形となるようにとるとき，
Ｃの座標を求めなさい。

(3)　(2)のとき，①上に点Ｐをとり，x 軸上に点Ｑをとる。
平行四辺形AQBPの面積と四角形OACBの面積が等しくなるとき，
点Ｑの座標をすべて求めなさい。

5 図のような，１辺の長さが６の正八面体ABCDEFについて，次の各問いに答えなさい。

(1) 正八面体ABCDEFの体積を求めなさい。

(2) 線分BDの中点をGとする。点Gから平面ABCに垂線をおろすとき、その垂線の長さを求めなさい。



(3) 正八面体ABCDEFの内接球の体積を求めなさい。

令和６年度　開智学園　第１回　入学試験　数学　解答用紙

1　各④点

(1)	$3(2a+3)(2a-3)$	(2)	$x=46,\ -44$
(3)	$\frac{23}{10}$	(4)	$B-A+1$
(5)	$\frac{5}{12}$	(6)	$1:2$

＊1　24

2

(ア) ③	40	(イ) ④	$\frac{1}{B}$
(ウ) ③	7000	(エ) ④	$1-\frac{B}{10}$
(オ) ③	650	(カ) ④	$\frac{100}{100+B}$

＊2　21

3　各③点

(ア)	25	(イ)	$\frac{2}{25}$
(ウ)	$\frac{2}{5}$	(エ)	$\frac{1}{5}$
(オ)	$\frac{4}{125}$	(カ)	$\frac{4}{25}$
(キ)	$\frac{8}{25}$	(ク)	$\frac{7}{25}$

＊3　24

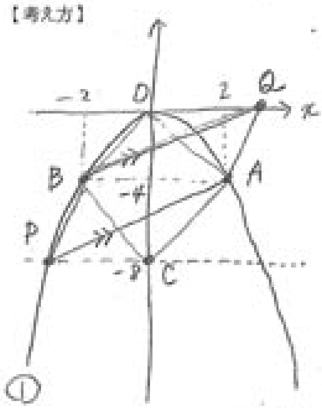
座席番号	受験番号	氏名
—		

＊欄には何も記入しないこと

4

(1) ④	$a=-1$	(2) ④	$(0,-8)$

(3) 【考え方】



点Qがx軸上にあるので、$\triangle OAB=\triangle QAB$

よって $\triangle ABC=\triangle ABP$がいえるから、

Pのy座標が-8とわかる。 △2

①上にあるので、Pのx座標は

$-8=-x^2$

$x=\pm 2\sqrt{2}$ △2

平行四辺形の性質より $P(\pm 2\sqrt{2},-8)$と$(0,-4)$を通る直線とx軸の交点がQである。

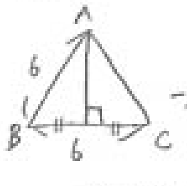
⑦ 答え $(2\sqrt{2},0)$, $(-2\sqrt{2},0)$

＊4
15

5

(1) ④ $72\sqrt{2}$

(2) 【考え方】



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$ △2

一方、三角すいABCGの体積は

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}\right)\times 3\sqrt{2}=9\sqrt{2}$ △2

求める垂線の長さをxとして

よって $\frac{1}{3}\times 9\sqrt{3}\times x=9\sqrt{2}$

$x=\sqrt{6}$

⑥ 答え $\sqrt{6}$

(3) 【考え方】

(2)で求めた長さが内接球の半径。

$\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{6}\right)^3=8\sqrt{6}\pi$ △2

⑥ 答え $8\sqrt{6}\pi$

＊5
16

＊欄には何も記入しないこと

令和６年度 開智高校 (埼玉)

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $b^3 - b^2 - 2b$ を因数分解しなさい。

(2) $x^2 + 2x - 9 = 0$ を解きなさい。

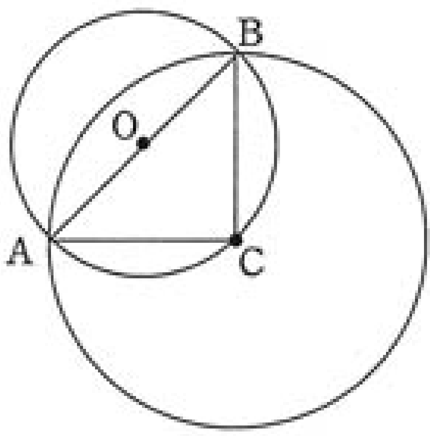
(3) $\dfrac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ の分母を有理化しなさい。

(4) 1から5の数字がそれぞれ書かれた5枚のカードから同時に2枚選ぶとき，2枚の数の積が偶数となる確率を求めなさい。

(5) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x - 5y = -13 \end{cases}$$

(6) 図のように，点Oを中心とする半径$\sqrt{2}$の円周上に3点A，B，Cがある。線分AB上に点Oがあり，AC⊥BCである。さらに，点Cを中心とし，2点A，Bを通る円を描いたとき，2つの円の共通部分の面積を求めなさい。



2　次の ア ～ サ を埋めなさい。

$y=x^2$ 上に2点A$(a,\ a^2)$，B$(b,\ b^2)$があるとき，

直線ABの傾きは，$\boxed{\quad ア \quad}$，直線ABの切片は$\boxed{\quad イ \quad}$である。

$C_0(-1,\ 1)$，$C_1(2,\ 4)$とする。

直線C_0C_1の傾きは$\boxed{\quad ウ \quad}$，切片は$\boxed{\quad エ \quad}$，

直線C_0C_1と垂直な直線の傾きは$\boxed{\quad オ \quad}$である。

$y=x^2$ 上の点を$C_2(c,\ c^2)$とする。

直線C_1C_2が，直線C_0C_1に垂直だとすると，

$c=\boxed{\quad カ \quad}$で，直線C_1C_2の切片は$\boxed{\quad キ \quad}$である。

同様にして，$C_3(d,\ d^2)$が $y=x^2$ 上にあり，

直線C_2C_3が直線C_1C_2に垂直だとすると

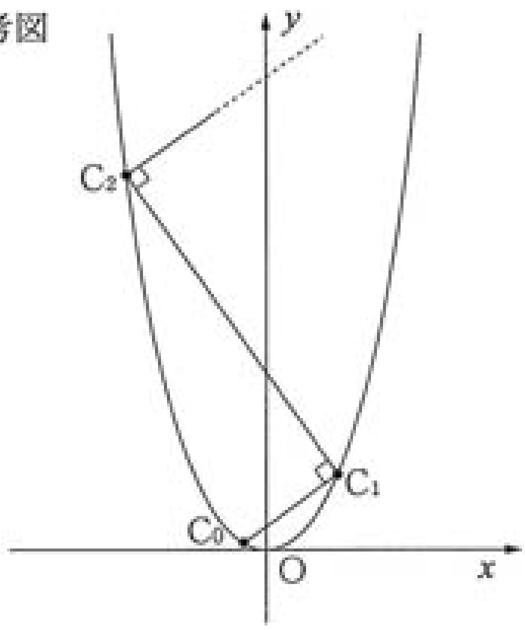
$d=\boxed{\quad ク \quad}$，直線C_2C_3の切片は$\boxed{\quad ケ \quad}$である。

同様の規則で，すべての自然数nについて，点C_nは$y=x^2$上にあり，

$C_nC_{n+1} \perp C_{n-1}C_n$であるとすると，$C_{10}$の$x$座標は$\boxed{\quad コ \quad}$，

直線C_9C_{10}の切片は$\boxed{\quad サ \quad}$である。

参考図



3　図のような７人がけのイスがあり，座席位置をＡ～Ｇとする。

A	B	C	D	E	F	G

ここに座ろうとする人は，全員が次のルールに従って着席していく。

ルール

⓪ 両端（ＡとＧ）が両方とも空いているときは，どちらかに座る。

① 両端（ＡまたはＧ）のうち一方だけが空いているときは，そこに座る。

② 両端が両方とも埋まっているときは，両隣が空席となる位置を選んで座る。

③ ⓪～②をみたす席がないときは，片方の隣が空席となる位置を選んで座る。

④ ⓪～③で座れないときは，空いている席に座る。

(1)　すべて空席の状態で，１人目に来た人が座る位置は何通りか。

(2)　１人がすでに座っている状態で，２人目に来た人が座る位置は何通りか。

(3)　２人がすでに座っている状態で，３人目に来た人が座る位置は何通りか。

(4)　３人がすでにＡ，Ｄ，Ｇに座っている状態で，４人目に来た人が座る位置は何通りか。

(5)　すべて空席の状態から，１人ずつ順番に４人が座っていくとき，その座り方は何通りか。

(6)　すべて空席の状態から，１人ずつ順番に７人が座っていくとき，その座り方は何通りか。

4　　２次関数 $y=ax^2$ …①上に点Ａ（−２，２）がある。

このとき，次の各問いに答えなさい。

(1)　a の値を求めなさい。

(2)　点Ａを通る傾き $\frac{1}{2}$ の直線と２次関数①の交点のうち，Ａと異なる点をＢとする。原点をＯとして，△ＯＡＢの面積を求めなさい。

(3)　(2)のとき，△ＯＡＢを x 軸の周りに回転させてできる立体の体積を求めなさい。

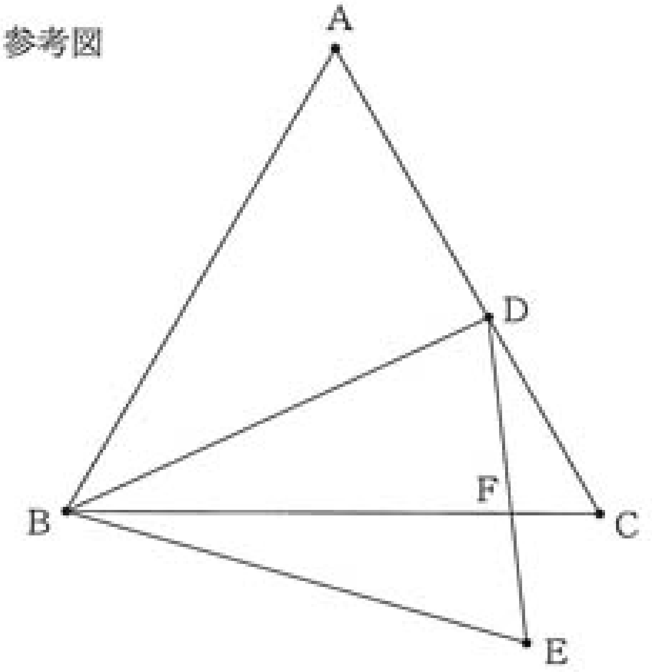
5 　1辺の長さが1である正三角形ABCにおいて，辺AC上に点Dを AD：DC＝2：1となるようにとる。また，直線BDに関して，点Aと対称な点をEとして，BCとDEの交点をFとする。このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) $\triangle BEF \backsim \triangle DCF$であることを証明しなさい。

(2) AEの長さを求めなさい。

(3) BDを折り目として，平面ABDと平面CBDが垂直となるように折り曲げたとき，4点A，B，C，Dを頂点とする立体の面積を求めなさい。

参考図



令和６年度　開智学園　第２回　入学試験　数学　解答用紙

1　各④

(1)	$b(b+1)(b-2)$	(2)	$x=-1\pm\sqrt{10}$
(3)	$\dfrac{-\sqrt{2}+2+\sqrt{6}}{4}$	(4)	$\dfrac{7}{10}$
(5)	$x=-1,\ y=2$	(6)	$2\pi-2$

＊1　24

2

(ア) ②	$a+b$	(イ) ②	$-ab$
(ウ) ②	1	(エ) ②	2
(オ) ②	−1	(カ) ②	−3
(キ) ②	6	(ク) ②	4
(ケ) ②	12	(コ) ③	−11
(サ) ③	110		

＊2　24

3

(1) ③	2	(2) ③	1
(3) ③	3	(4) ③	4
(5) ④	12	(6) ④	56

＊3　20

座席番号	受験番号	氏名
−		

＊欄には何も記入しないこと

4

(1) $a = \frac{1}{2}$

4

(2) 【考え方】

直線ABは $y = \frac{1}{2}x + 3$ である。

$\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x + 3$

$x = -2, 3$ より $B(3, \frac{9}{2})$

$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = \frac{15}{2}$

答え $\frac{15}{2}$

5

(3) 【考え方】

$y = \frac{1}{2}x + 3$ と x 軸の交点は $(-6, 0)$ だから、

$\frac{1}{3} \times \pi \times (\frac{9}{2})^2 \times 9 - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 4$

$- \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 2 - \frac{1}{3} \times \pi \times (\frac{9}{2})^2 \times 3$

$= \frac{65}{2}\pi$

答え $\frac{65}{2}\pi$

7

※4
16

5

(1)

$\angle BEF = 60°$, $\angle DCF = 60°$ より $\angle BEF = \angle DCF$

対頂角は等しいので $\angle BFE = \angle DFC$

2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle BEF \backsim \triangle DCF$

4

(2) 【考え方】

AEとBDの交点をGとする。

また、点BからACに垂線BHをおろす。

$BD = \sqrt{BH^2 + HD^2} = \sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{1}{6})^2} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

$\frac{1}{2} \times AG \times BD = \triangle ABD$ より $AG = \frac{\sqrt{21}}{7}$

$AE = 2AG$ より $AE = \frac{2\sqrt{21}}{7}$

答え $\frac{2\sqrt{21}}{7}$

6

(3) 【考え方】

$\frac{1}{3} \times \triangle BCD \times AG$

$= \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}) \times \frac{\sqrt{21}}{7}$

$= \frac{\sqrt{7}}{84}$

答え $\frac{\sqrt{7}}{84}$

6

※5
16