

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7 ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読むではいけません。
- 4 計算が必要なときは、この問題用紙の余白を利用しなさい。
- 5 解答は全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）
を使って明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 6 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含ま
ない形で表しなさい。また、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 7 円周率は π を用いなさい。
- 8 解答は、解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 9 解答を直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないように
して、新しい解答を書きなさい。
- 10 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面につい
ては、その数字の ○ の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 11 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

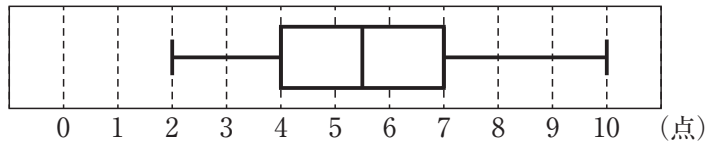
1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $x = \frac{\sqrt{6}}{2} + 1$, $y = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ のとき, $4x^2 - 9y^2$ の値を求めよ。

〔問2〕 右の表は, 30 人の生徒に 10 点満点のテストを行い, 得点ごとの人数をまとめたものであり, 右の図 1 は, 30 人の生徒の得点を箱ひげ図に表したものである。

得点(点)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	計
人数(人)	0	a	1	2	5	b	5	3	c	2	1	30

図 1



表中の a , b , c の値を求めよ。
ただし, a , b , c は整数とする。

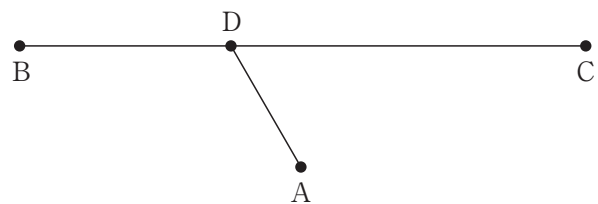
〔問3〕 1, 2, 3, 4, 5, 6 の数字を 1 つずつ書いた 6 枚のカード ①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥ が袋の中に入っている。

この袋の中からカードを 1 枚取り出してそのカードに書いてある数を a とし, その取り出したカードを袋に戻さずに, 残りの 5 枚のカードから 1 枚取り出してそのカードに書いてある数を b とするとき, a と b の積が 6 の倍数になる確率を求めよ。

ただし, どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問4〕 右の図 2 で, 点 A は線分 BC 上にない点で, 点 D は線分 BC 上にある点である。

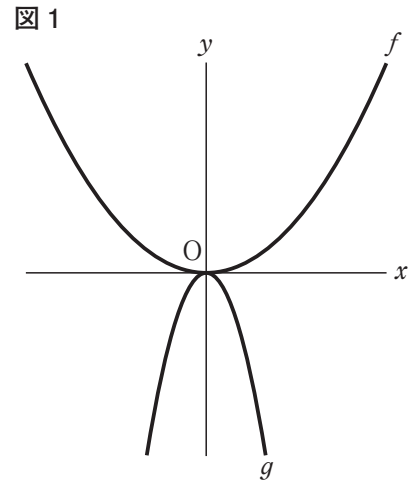
図 2



解答欄に示した図をもとにして, 線分 BC 上にあり, $\angle ADC = 60^\circ$ となる点 D を, 定規とコンパスを用いて作図によって求め, 点 D の位置を示す文字 D も書け。

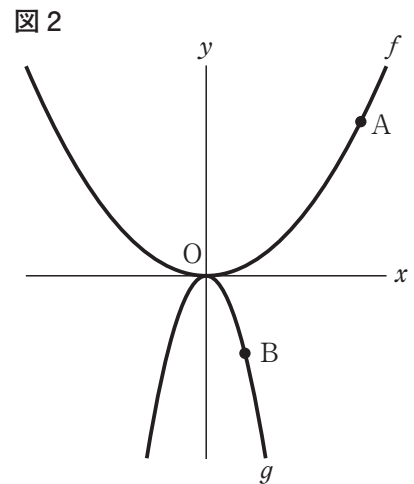
ただし, 作図に用いた線は消さないでおくこと。

- 2 右の図1で、点Oは原点、曲線 f は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ、曲線 g は関数 $y = -2x^2$ のグラフを表している。
点Oから点(1, 0)までの距離、および点Oから点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cmとして、次の各問に答えよ。



- [問1] x の変域 $-a \leq x \leq 2$ ($a > 0$)に対する、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ の y の変域が $0 \leq y \leq 9$ であるとき、 x の変域 $3 \leq x \leq a$ に対する関数 $y = -2x^2$ の y の変域を求めよ。

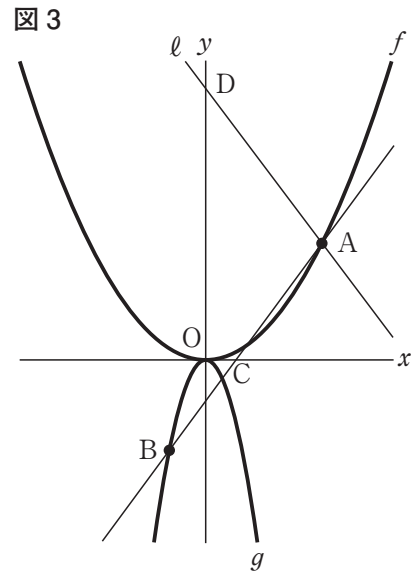
- [問2] 右の図2は、図1において、曲線 f 上にあり x 座標が4である点をA、曲線 g 上にある点をBとした場合を表している。
 y 軸上にある点をPとし、点Aと点P、点Bと点Pをそれぞれ結んだ場合を考える。
点Bの x 座標が1のとき、 $\angle APB = 90^\circ$ となる点Pの y 座標を全て求めよ。



〔問3〕 右の図3は、図2において、2点A、Bを通る直線と x 軸との交点をC、点Aを通り、傾きが負である直線を l 、直線 l と y 軸との交点をDとした場合を表している。

点Bの x 座標が -1 、四角形OCADの面積が 20 cm^2 のとき、直線 l の式を求めよ。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

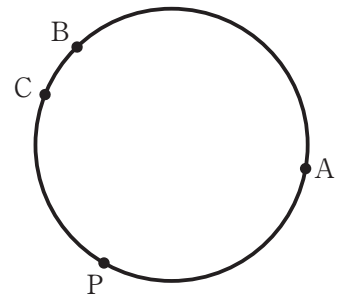


3 右の図1で、3点A, B, Cは1つの円周上にあり、
 図1のように、反時計回りに、A, B, Cの順に
 並んでいる。

点Pは、3点A, B, Cを通る円の周上にあり、
 4点A, B, C, Pは、互いに一致しない。

次の各問に答えよ。

図1



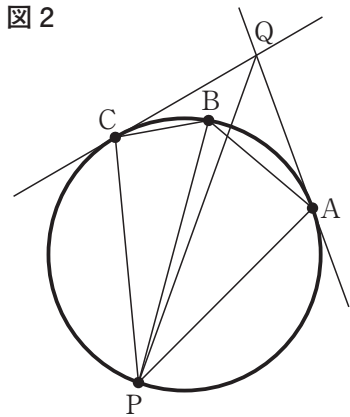
〔問1〕 図1において、点Cを含まない \widehat{AB} の長さが点Aを含まない \widehat{BC} の長さの6倍であり、
 点Bを含まない \widehat{AC} の長さが点Aを含まない \widehat{BC} の長さの8倍で、点Pが点Bを含まない
 \widehat{AC} 上にあるとき、点Aと点P、点Cと点Pをそれぞれ結んだ場合を考える。

$\angle APC$ の大きさは何度か。

〔問2〕 右の図2は、図1において、点Aと点B、
 点Bと点Cをそれぞれ結んでできる $\angle ABC$ が
 鈍角のとき、点Aと点P、点Bと点P、点Cと
 点Pをそれぞれ結び、点Aにおける3点A, B, C
 を通る円の接線と点Cにおける3点A, B, Cを
 通る円の接線の交点をQとし、点Pと点Qを
 結んだ場合を表している。

線分BPが $\angle ABC$ の二等分線と重なるとき、
 $\triangle APQ \equiv \triangle CPQ$ であることを証明せよ。

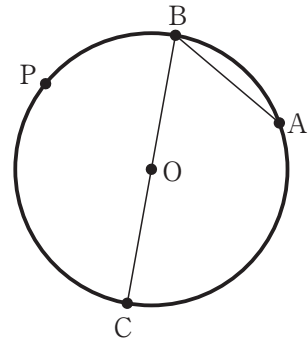
図2



〔問3〕 右の図3は、図1において、3点A, B, Cを通る円の中心をOとし、点Aと点B, 点Bと点Cをそれぞれ結び、線分BCが円Oの直径となった場合を表している。

円Oの半径が1cm, $\angle ABC = 60^\circ$, 点Pが線分BCに関して点Aと対称な点であるとき、円Oと3点O, A, Pを通る円が重なる部分の面積は何 cm^2 か。

図3



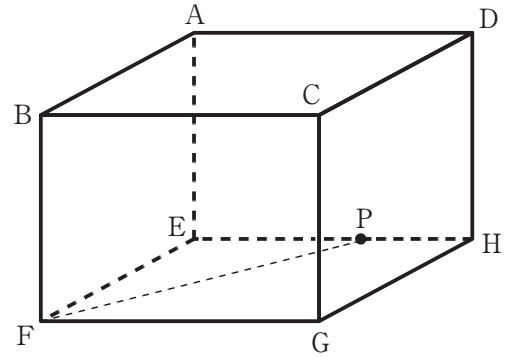
4 右の図1に示した立体 $ABCD-EFGH$ は、

$AB = a$ cm, $AD = b$ cm, $AE = c$ cm
の直方体である。ただし、 $a < b$ とする。

辺 EH 上にある点を P とし、頂点 F と
点 P を結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



[問1] 図1において、 $a = 3$, $c = 6$, $EP = 3$ cm のとき、頂点 A と頂点 F , 頂点 A と点 P を
それぞれ結んだ場合を考える。

$\triangle AFP$ の面積は何 cm^2 か。

[問2] 図1において、 $a = 3$, $b = 4$, $c = 6$, $EP = 4$ cm のとき、 $\triangle EFP$ の辺上または内部にある
点を Q とし、頂点 C と点 Q を結んだ場合を考える。

線分 CQ の長さが最も小さくなる時、線分 CQ の長さは何 cm か。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

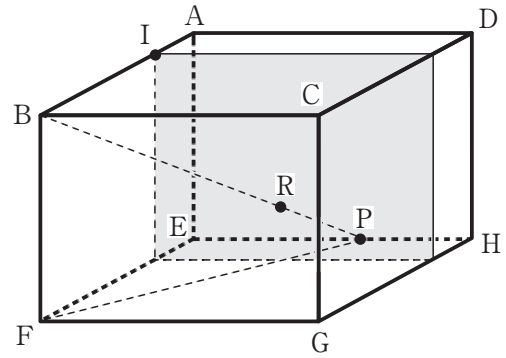
[問3] 右の図2は、図1において、
 辺AB上にあり、頂点A、頂点Bの
 いずれにも一致しない点をIとし、
 点Iを通り面AEHDに平行な平面と、
 頂点Bと点Pを結んでできる線分BP
 との交点をRとした場合を表している。

頂点Eと点R、頂点Fと点R、
 頂点Gと点R、頂点Hと点Rを
 それぞれ結んだ場合を考える。

$a=5$, $b=7$, $c=5$, $EP=5$ cm, $AI=t$ cm
 のとき、立体R-EFGHの体積は何 cm^3 か。

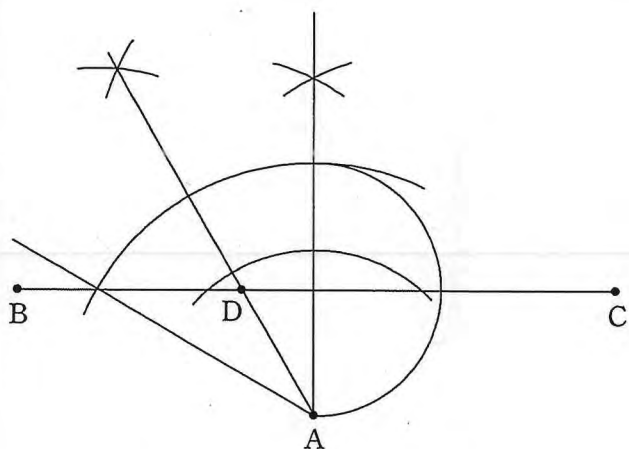
t を用いた式で表せ。

図2



正 答 表

	1	点
[問 1]	$-5+10\sqrt{6}$	6
[問 2]	$a=0, b=7, c=4$	6
[問 3]	$\frac{7}{15}$	6
[問 4]		7



数 学

	2	点
[問 1]	$-72 \leq y \leq -18$	7
[問 2]	$1 \pm \sqrt{5}$	7
[問 3]	【途中の式や計算など】	11

2点 A, B を通る直線の式を $y=ax+b$ とする。

2点 A(4, 4), B(-1, -2) を通るから、

$$\begin{cases} 4a+b=4 \\ -a+b=-2 \end{cases}$$

これを解いて、 $a=\frac{6}{5}, b=-\frac{4}{5}$

よって、2点 A, B を通る直線の式は、

$$y=\frac{6}{5}x-\frac{4}{5}$$

この直線と x 軸との交点が点 C であるから、

$$y=0 \text{ より、} x=\frac{2}{3}$$

よって、点 C の座標は、 $C(\frac{2}{3}, 0)$

直線 l の傾きを $m(m<0)$ とし、直線 l の式を

$y=mx+n$ とすると、点 D の座標は、

D(0, n) である。

四角形 OCAD の面積を S とすると、

$$\begin{aligned} S &= \triangle OCA + \triangle OAD \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 4 + \frac{1}{2} \times n \times 4 = 2n + \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$S=20 \text{ cm}^2$ であるから、

$$2n + \frac{4}{3} = 20 \text{ より、} n = \frac{28}{3}$$

よって、直線 l の式は、 $y=mx + \frac{28}{3}$

点 A(4, 4) を通るから、

$$4 = m \times 4 + \frac{28}{3} \text{ より、} m = -\frac{4}{3}$$

($m<0$ を満たす。)

したがって、直線 l の式は、 $y=-\frac{4}{3}x + \frac{28}{3}$

(答え) $y=-\frac{4}{3}x + \frac{28}{3}$

	3	点
[問 1]	84 度	7
[問 2]	【証明】	11

$\triangle APQ$ と $\triangle CPQ$ において、

共通な辺であるから、

$$PQ=PQ \text{ …… ①}$$

直線 AQ, 直線 CQ は、それぞれ 3 点 A, B, C を通る円の点 A, 点 C における接線であるから、

$$AQ=CQ \text{ …… ②}$$

点 A と点 C を結ぶ。

$\angle CBP$ と $\angle CAP$ は、ともに \widehat{CP} の円周角であるから、

$$\angle CBP = \angle CAP$$

$\angle ABP$ と $\angle ACP$ は、ともに \widehat{AP} の円周角であるから、

$$\angle ABP = \angle ACP$$

直線 BP は $\angle ABC$ の二等分線であるから、

$$\angle CBP = \angle ABP$$

したがって、 $\angle CAP = \angle ACP$ より、

$\triangle PAC$ は二等辺三角形である。

よって、

$$AP=CP \text{ …… ③}$$

①, ②, ③ より、3 組の辺がそれぞれ等しいから、

$$\triangle APQ \cong \triangle CPQ$$

[問 3]	$\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$	7
-------	--	---

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4
25	25	25	25

(7-立)

	4	点
[問 1]	$\frac{27}{2} \text{ cm}^2$	7
[問 2]	【途中の式や計算など】	11

$\triangle CGQ$ において、 $\angle CGQ=90^\circ$ であるから、三平方の定理より、

$$CQ^2 = CG^2 + GQ^2$$

$CG=6$ より、

$$CQ^2 = 6^2 + GQ^2 \text{ …… ①}$$

よって、線分 GQ の長さが最も小さくなる時、線分 CQ の長さは最も小さくなる。

線分 GQ の長さは、点 Q が、頂点 G を通り線分 FP に垂直な直線と線分 FP との交点に

一致するとき最も小さくなる。

$\triangle EFP$ と $\triangle QPG$ において、

$$\angle EFP = \angle QPG$$

$$\angle FEP = \angle PQG = 90^\circ$$

よって、2 組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle EFP \sim \triangle QPG$$

ゆえに、 $PE : GQ = PF : GP$ であるから、

$$4 : GQ = 5 : 3$$

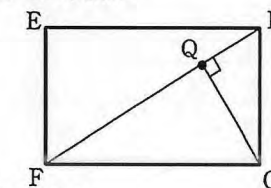
よって、 $GQ = \frac{12}{5} \text{ (cm)}$

したがって、① より、

$$CQ^2 = 6^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{6^2 \times 29}{5^2}$$

よって、 $CQ > 0$ より、

$$CQ = \frac{6\sqrt{29}}{5} \text{ cm}$$



(答え) $\frac{6\sqrt{29}}{5} \text{ cm}$

[問 3]	$\frac{35}{3}t \text{ cm}^3$	7
-------	------------------------------	---

合 計 得 点
100