数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，**7** ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は **50** 分で，終わりは**午前 11 時 00** 分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい。**

6　答えに分数が含まれるときは，**それ以上約分できない形で表しなさい。**

7　答えは，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

8　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

9　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。**

10　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1　次の各問に答えよ。

〔問１〕　$2025^2-2024\times2026$ を計算せよ。

〔問２〕　方程式 $-\dfrac{5x-3y+3}{4}=0.5x+1.25y=2$ を解け。

〔問３〕　１から６までの目が出る大小１つずつのさいころを同時に１回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，x についての２次方程式 $ax^2+4x-b=0$ の解が有理数になる確率を求めよ。

ただし，大小２つのさいころはともに，１から６までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問４〕　右の**図１**は，ある中学校の生徒40人に10点満点のテストを行ったときの得点ごとの人数をグラフに表したものである。

中央値（メジアン）を a，最頻値（モード）を b，平均値を c としたとき，a，b，c の大小関係を正しく表したものを，次の**ア**～**エ**のうちから１つ選び，記号で答えよ。

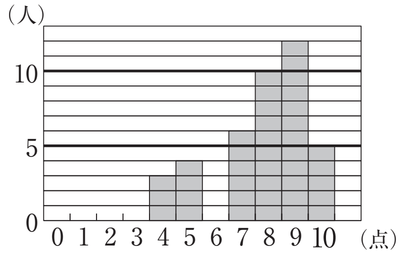
ア　$a<b<c$

イ　$a<c<b$

ウ　$c<a<b$

エ　$c<b<a$

図１



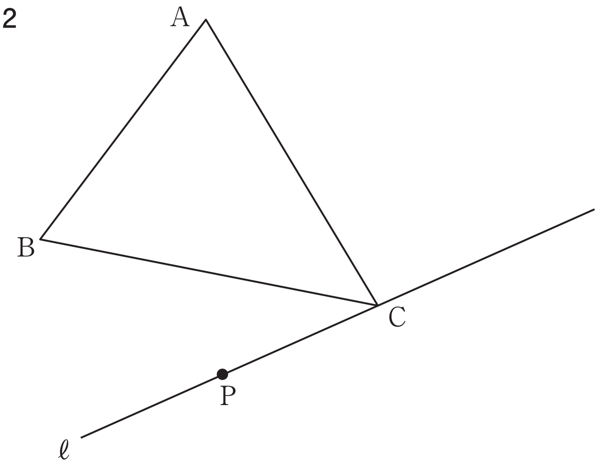
〔問５〕　下の**図２**のように，△ABC と，頂点 C を通る直線 ℓ がある。

点 P は直線 ℓ 上にある点である。

２点 A，C を通る直線について頂点 B と同じ側にあり，∠APC＝∠ABC となる点 P を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図２



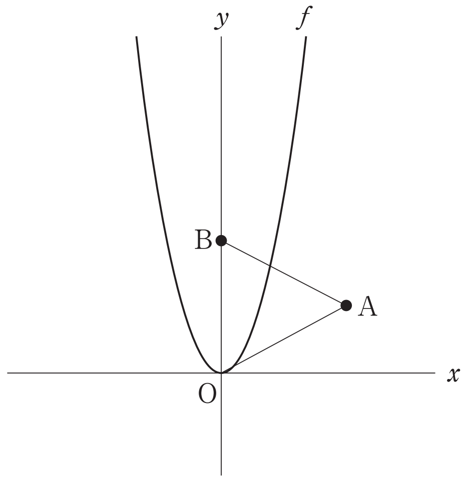
2 $a>0$, $t>0$ とする。

右の**図1**で，点Oは原点，点Aの座標は（4，2），点Bの座標は（0，t）であり，曲線fは関数$y=ax^2$のグラフを表している。

点Oと点A，点Aと点Bをそれぞれ結ぶ。

点Oから点（1，0）までの距離，および点Oから点（0，1）までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

図1



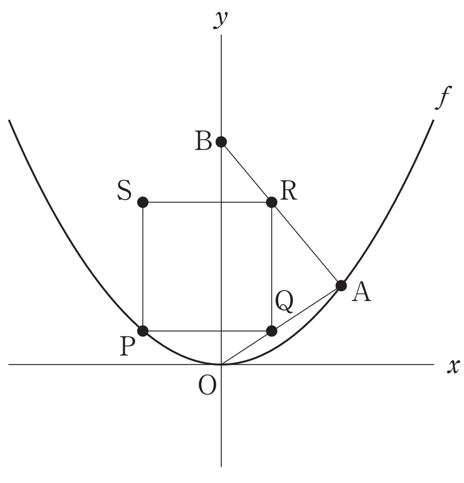
〔問1〕 $a=\dfrac{3}{4}$，線分ABの中点が曲線f上にあるとき，tの値を求めよ。

〔問2〕 $a=\dfrac{1}{8}$の場合を考える。

次の(1)，(2)に答えよ。

(1) 右の**図2**は，**図1**において，曲線f上にありx座標が-4より大きく0より小さい点をP，線分OA上にありy座標が点Pのy座標と等しい点をQ，線分AB上にありx座標が点Qのx座標と等しい点をR，x座標が点Pのx座標と等しく，y座標が点Rのy座標と等しい点をSとし，点Pと点Q，点Pと点S，点Qと点R，点Rと点Sをそれぞれ結んだ場合を表している。

図2



『**図2**において，$t=6$，四角形PQRSが正方形となるとき，点Pのx座標を求めよ。』

という問題を，次のページの ［　　］ の中のように解いた。

［①］～［⑤］に当てはまる数を答えよ。

また，［⑥］には答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算などを書き，解答を完成させよ。

【解答】 点Pのx座標をpとすると，

点Pは曲線f上の点であるから，P$\left(p,\ \dfrac{p^2}{8}\right)$

点Qは2点O，Aを通る直線上の点であるから，Q$\left(\dfrac{p^2}{\boxed{①}},\ \dfrac{p^2}{\boxed{②}}\right)$

点Rは2点A，Bを通る直線上の点であるから，R$\left(\dfrac{p^2}{\boxed{③}},\ -\dfrac{p^2}{\boxed{④}}+\boxed{⑤}\right)$

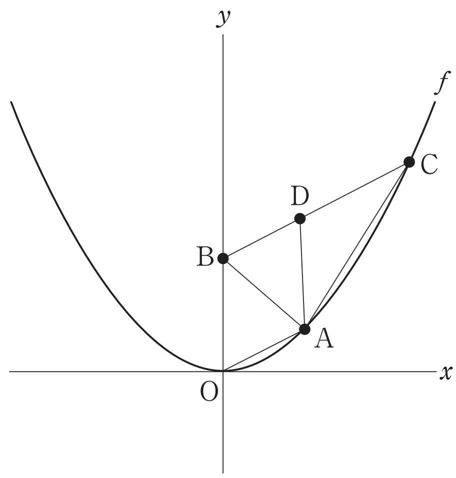
四角形PQRSは正方形だから，

⑥

(2) 右の**図3**は，**図1**において，$t=\dfrac{45}{8}$のとき，曲線f上にありx座標が4より大きい点をCとし，点Bと点Cを結び，線分BC上にある点をDとし，点Aと点C，点Aと点Dをそれぞれ結んだ場合を表している。

OA // BC，△OABの面積と△ACDの面積が等しいとき，点Dのx座標を求めよ。

図3



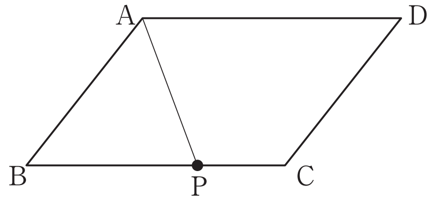
3　右の**図 1** で，四角形 ABCD は AD＞AB の平行四辺形である。

点 P は，辺 BC 上にあり，頂点 B，頂点 C のいずれにも一致しない。

頂点 A と点 P を結ぶ。

次の各問に答えよ。

図 1

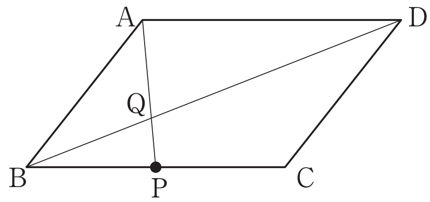


〔問 1〕　AB＝BP，∠DAP＝65°のとき，∠ADC の大きさは何度か。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，点 P が辺 BC の中点のとき，頂点 B と頂点 D を結び，線分 AP と線分 BD との交点を Q とした場合を表している。

四角形 ABCD の面積が 24 cm^2 のとき，四角形 CDQP の面積は何 cm^2 か。

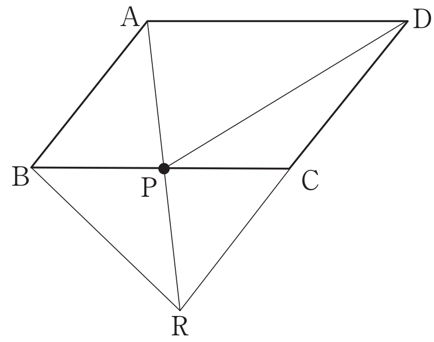
図 2



〔問 3〕 右の**図 3** は，**図 1** において，線分 AP を P の方向に延ばした直線と，線分 DC を C の方向に延ばした直線との交点を R とし，頂点 B と点 R，頂点 D と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。

点 P が辺 BC 上のどこにあっても，面積が△BRP の面積と常に等しくなる三角形を，次の**ア**～**エ**のうちから 1 つ選び，解答欄に○を付け，選んだ三角形の面積が△BRP の面積と常に等しくなることを証明せよ。

図 3



ア　△ABP　　**イ**　△APD　　**ウ**　△CDP　　**エ**　△CPR

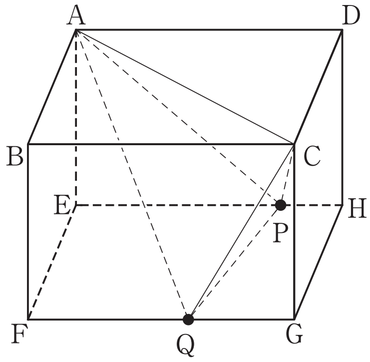
4　右の**図１**に示した立体 ABCD－EFGH は，AB＝4 cm，AD＝8 cm，AE＝6 cm の直方体である。

　点 P は辺 EH 上にある点，点 Q は辺 FG 上にある点である。

　頂点 A と頂点 C，頂点 A と点 P，頂点 A と点 Q，頂点 C と点 P，頂点 C と点 Q，点 P と点 Q をそれぞれ結ぶ。

　次の各問に答えよ。

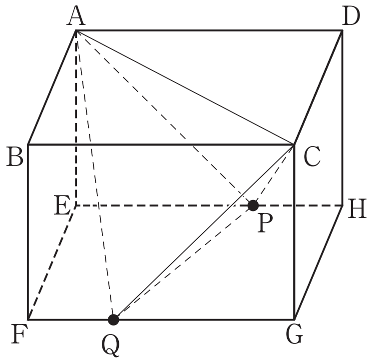
図１



〔問１〕 点 P が頂点 H に一致し，点 Q が頂点 F に一致するとき，立体 A－CPQ の体積は何 cm^3 か。

〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，FQ＝HP＝3 cm の場合を表している。

図２



『**図２**において，立体 A－CPQ の体積は何 cm^3 か。』

という問題について，ヤマさんとアオさんが次のような会話をしている。

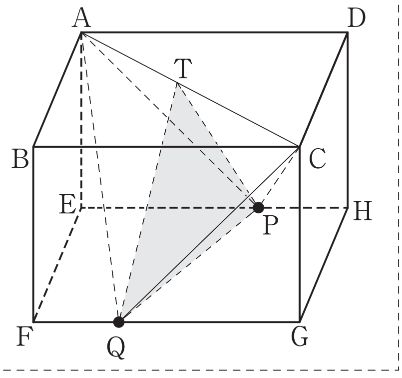
　会話文を読んで，次のページの【ヤマさんが書いた解答】の $\boxed{①}$ と $\boxed{②}$ に当てはまる数を答えよ。

　また，$\boxed{③}$ には答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算などを書き，解答を完成させよ。

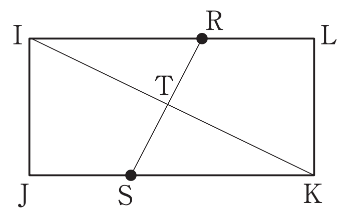
ヤマさん：面 EFGH に垂直で線分 PQ を通る平面を考えてみよう。
　　　　　この平面と線分 AC との交点を T として図をかいてみたよ。

アオさん：【ヤマさんがかいた図】を，面 ABCD から見た図にしてかいてみたよ。
　　　　　頂点 A と頂点 E，頂点 B と頂点 F，頂点 C と頂点 G，頂点 D と頂点 H は
　　　　　それぞれ重なっているから，それぞれ I，J，K，L と表したよ。
　　　　　それから，点 P と点 Q はそれぞれ点 R，点 S で表したよ。
　　　　　線分 IK と線分 RS が垂直に交わっていることは，次のように証明できるね。

【ヤマさんがかいた図】



【アオさんがかいた図】



【アオさんが書いた証明】

点 R から線分 JK に垂線を引き，交点を U とする。

△RSU と△IKL は，3 組の辺の比が全て等しいから，△RSU ∽△IKL

よって，∠ RSU ＝∠ IKL…（ア）

また，平行線の錯角は等しいから，∠ RSU ＝∠ IRT…（イ）

次に，△IKL と△IRT において，∠ I は共通な角だから，∠ KIL ＝∠ RIT

（ア），（イ）より，∠ IKL ＝∠ IRT

よって，2 組の角がそれぞれ等しいから，△IKL ∽△IRT

以上より，∠ ITR ＝∠ ILK＝90°だから，線分 IK と線分 RS は垂直に交わる。

ヤマさん：このことを利用すれば，立体 A-CPQ の体積を求めることができそうだよ。
立体 A-PQT と立体 C-PQT の体積を考えればいいね。
解答を書いてみたよ。

【ヤマさんが書いた解答】

PQ＝ ① cm であり，辺 PQ を底辺とすれば，△PQT の高さは ② cm である。

したがって，立体 A-CPQ の体積は，

③

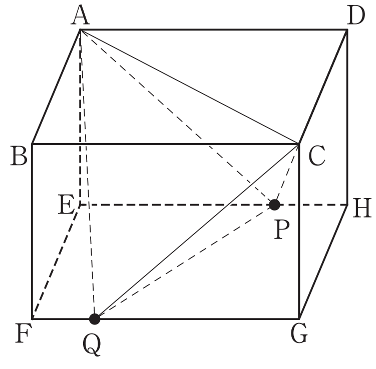
アオさん：今回は線分 IK と線分 RS が垂直に交わっているから，
この方法で求めることができたね。

ヤマさん：そうでなければ，何か別の解法を考えないといけないよね。

アオさん：2 点 B，C を通る直線上に，四角形 AP′QP が平行四辺形となるような点 P′を考えるとできそうだね。

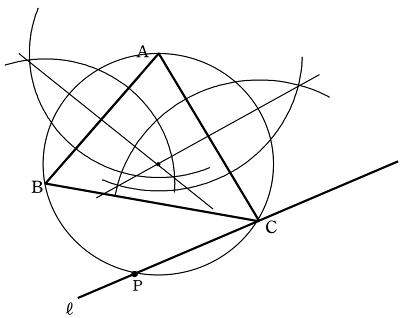
〔問 3〕 右の**図 3** は，**図 1** において，FQ＝HP＝2 cm の場合を表している。
立体 A-CPQ の体積は何 cm^3 か。

図 3



正答表

$\boxed{1}$		点
〔問1〕	1	5
〔問2〕	$x=-1,\ y=2$	5
〔問3〕	$\dfrac{1}{6}$	5
〔問4〕	ウ	5
〔問5〕		5



$\boxed{2}$						点
〔問1〕	4					7
〔問2〕	(1)	①	4	②	8	2
		③	4	④	4	2
		⑤	6			
		⑥	【　途中の式や計算など　】			6

$PQ=QR$ より，

$$\frac{p^2}{4}-p=\left(-\frac{p^2}{4}+6\right)-\frac{p^2}{8}$$

$$5p^2-8p-48=0$$

$$p=\frac{8\pm\sqrt{8^2-4\times5\times(-48)}}{2\times5}$$

$$=\frac{8\pm32}{10}$$

$$=4,\ -\frac{12}{5}$$

p は負の数であるから，

$$p=-\frac{12}{5}$$

よって，点 P の x 座標は $-\dfrac{12}{5}$

（答え）　$-\dfrac{12}{5}$

〔問2〕	(2)	5	8

※$\boxed{2}$〔問2〕(1) ①，② 全て「正答」で，点を与える。

※$\boxed{2}$〔問2〕(1) ③，④，⑤ 全て「正答」で，点を与える。

$\boxed{3}$		点
〔問1〕	50　度	7
〔問2〕	10　cm^2	8
〔問3〕	【選んだ記号】 ア　イ　ウ　エ	10

【　証明　】

頂点 A と頂点 C を結び，△APC を考えると，

AD∥PC より，　△APC＝△CDP

同様に，　AB∥CR より，　△ARC＝△BRC

△ARC＝△APC＋△PRC
　　＝△CDP＋△PRC

△BRC＝△BRP＋△PRC

よって，
△BRP＝△CDP

$\boxed{4}$			点
〔問1〕	64　cm^3		7
〔問2〕	①	$2\sqrt{5}$	2
	②	6	2
	③	【　途中の式や計算など　】	6

立体 A−PQT と立体 C−PQT の高さは，
底面を △PQT とすれば，
それぞれ，線分 AT，線分 CT となる。

線分 AT の長さを a cm，線分 CT の長さを b cmとし，
求める体積を V とすると，

$$V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times6\times a+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times6\times b$$

$$=2\sqrt{5}(a+b)$$

ここで，$a+b=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$ であるから，

V=40（cm^3）

（答え）　40　cm^3

〔問3〕	48　cm^3	8