

数 学

(その 1)

次の の中に正しい答えを入れなさい。

【1】 (1) $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}, y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ のとき, $x + y =$, $x^7y^5 + x^6y^6 + x^5y^7 =$ である.

(2) $x^2 + 2xy + x - 4y - 6$ を因数分解すると である.

また, $x^2 + 2xy + x - 4y - 42 = 0$ を満たす自然数 x, y の組をすべて求めると, $(x, y) =$

である.

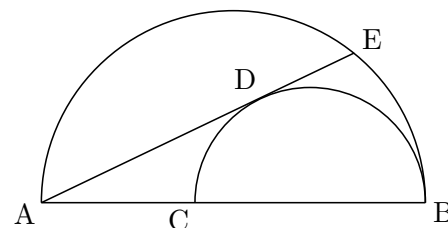
(3) $\sqrt{5} + \sqrt{15}$ を小数で表したときの整数部分を a , 小数部分を b とする. このとき,
 $a =$, $a^2 + b^2 =$ である.

(4) 大, 中, 小の3つのさいころを投げて出た目をそれぞれ a, b, c とする. このとき, 積 abc が5の倍数となる確率は

である. また, $a + b + c \geq 15$ となる確率は である.

(5) 右の図のように AB, CB をそれぞれ直径とする大小2つの半円があり, AE は小さい方の半円上の点 D における接線である. $\widehat{AE} : \widehat{EB} = 7 : 3$ のとき, $\widehat{CD} : \widehat{DB}$ を最も簡単な整数の比で表すと

: である.



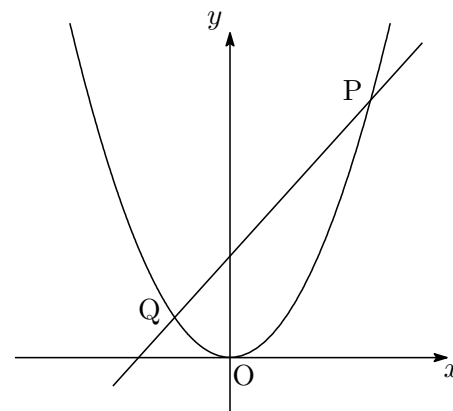
【2】 右の図のように放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = \frac{4}{5}x + b$ が2点 P, Q で交わり、点 P の座標は (5, 5) である.

(1) $a =$, $b =$ である. また,

点 Q の座標は $\left(\begin{array}{c} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right)$ である.

(2) $\triangle OPQ$ の面積は である.

(3) 放物線上を動く点を R とする. $\triangle OPQ$ と $\triangle PQR$ の面積が等しくなるような O 以外の点 R の x 座標をすべて求めると である.



数 学

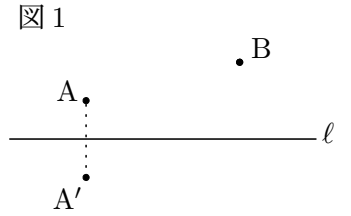
(その 2)

【3】 (1) 右の図 1 において、直線 ℓ 上に点 P をとり、 $AP+PB$ の長さを最も小さくするには次のように点 P をとればよい。

「直線 ℓ に関して点 A と対称な点 A' をとり、線分 $A'B$ と ℓ との交点を P とする。」

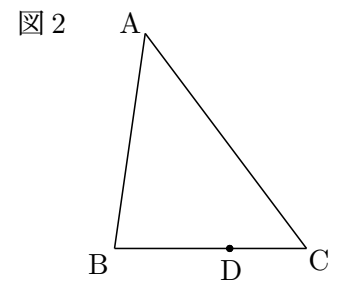
この理由を説明しなさい。

(説明)



(2) 右の図 2 のように、鋭角三角形 ABC の辺 BC 上に点 D がある。2 点 P, Q をそれぞれ辺 AB, AC 上にとり、 $\triangle DQP$ をつくる。このとき、 $\triangle DQP$ の周の長さを最も小さくするには 2 点 P, Q をそれぞれどのようにとればよいか説明しなさい。

(説明)



【4】 右の図 1 のような $2n$ 個のマスのそれぞれに $\circ$, $\times$ のいずれかの記号を入れる入れ方を考える。ただし、 180° 回転して同じになるものは 1 通りと数えることにする。たとえば $n = 1$ のとき、記号の入れ方は図 2 のように 3 通りある。

(1) $n = 2$ のとき、記号の入れ方は

通りある。

(2) $n = 3$ のとき、記号の入れ方は

通りある。

(3) n が自然数のとき、 $2n$ 個のマスの記号を入れる入れ方は n を用いて

通りと表せる。

図 1

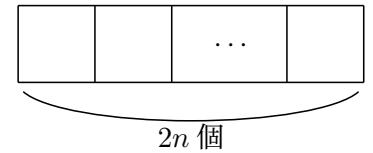
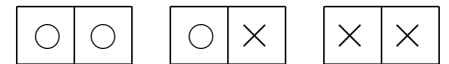


図 2



【5】 右の図のような、 $AB = AC = 3$, $BC = 2$, $AD = 4$ の三角柱 ABC-DEF がある。

(1) 三角柱 ABC-DEF の体積は

である。

(2) 点 A を通る平面でこの三角柱の体積を二等分するように切断した。切り口の平面と辺 BE, 辺 CF との交点をそれぞれ P, Q とすると、PQ と BC が平行になった。このとき、

BP の長さは

であり、 $\triangle APQ$ の面積は

である。

(3) (2) の切断でできた 2 つの立体のうち辺 BC を含む方の立体を X とし、これをさらに切断する。辺 BC を含む平面で切るとき、切り口の平面と辺 AP, 辺 AQ との交点をそれぞれ

R, S とする。 $AQ : AS = 1 : a$ (ただし $0 < a < 1$) のとき、三角錐 S-BCQ の体積は a を用いて

と表せる。

また、この切断によって立体 X の体積が二等分されるとき、 $a =$

である。

